

Grado Universitario ingeniería mecánica  
2016-2017

*Trabajo Fin de Grado*

# Estudio de la sensibilidad del mallado en laminado de carbono/epoxi

---

Rodrigo Panizo Jiménez

Tutor/es

Pablo González Rodríguez

Leganés, 5 de octubre, 2017



## Contenido

Resumen.....	8
1. Introducción .....	1
1.1 Motivación .....	1
1.2 Objetivos .....	2
1.3 Descripción del trabajo .....	3
2. Antecedentes .....	4
2.1 Materiales compuestos.....	4
2.1.1 Definición y clasificación .....	4
2.1.2 Utilización de materiales compuestos .....	9
2.1.3 Fabricación de materiales compuestos.....	11
2.2 Modos de fallo de materiales compuestos .....	17
2.3 Detección de fallos .....	18
2.4 Modelos de mecanismos de daños.....	21
3. Modelo numérico.....	28
3.1 Introducción al software Abaqus .....	28
3.2 Planteamiento del problema .....	29
3.3 Modelos numéricos creados .....	33
3.4 Modelización de la plaza .....	34
3.4.1 Geometría .....	34
3.4.2 Propiedades del material .....	35
3.4.3 Cargas de contorno .....	38
3.4.4 Step.....	39
3.4.5 Mallados.....	41
4. Validación y resultados .....	46
4.1 Analisis del proceso de fractura y validación del modelo.....	46
4.2 Análisis de la sensibilidad al mallado .....	63
5. Conclusiones y trabajos futuros.....	76
5.1 Conclusiones.....	76
5.2 Trabajos futuros .....	77
6. Referencias.....	78





*Índice de Tablas*

Tabla 1 Diferencias entre modelo de Hashin-Rotem y Hashin .....	25
Tabla 2 Formulación rotura de matriz según el modelo de Puck .....	27
Tabla 3 Valores de la tensión en función del ángulo .....	32
Tabla 4 Secuencias de apilamiento .....	34
Tabla 5 Propiedades material Epoxi-Carbono.....	35
Tabla 6 Valores de las propiedades de daño del material .....	37
Tabla 7 Valores de la amplitud del desplazamiento en Abaqus Explicit.....	39
Tabla 8 Variables field output .....	40
Tabla 9 Valores tensión de fractura y error experimental Tan 1991 .....	58
Tabla 10 Comparativa modelo experimental vs modelo numérico 1.....	61
Tabla 11 Comparativa modelo experimental vs modelo numérico 2.....	62
Tabla 12 Comparativa modelo experimental vs modelo numérico 3.....	62
Tabla 13 Variación en función del mallado, laminado 1. ....	74
Tabla 14 Variación en función del mallado, laminado 2. ....	74
Tabla 15 Variación en función del mallado, laminado 3. ....	74

## Índice de ilustraciones

Ilustración 1 Placa epoxi-carbono .....	8
Ilustración 2 Gráfica tensión-deformación materiales compuestos.....	4
Ilustración 3 Componentes de un material compuesto.....	5
Ilustración 4 Laminado unidireccional .....	7
Ilustración 5 Laminado ortótropo .....	7
Ilustración 6 Laminado Cuasi-isótropo.....	8
Ilustración 7 Laminado en tejido.....	8
Ilustración 8 Laminado en sándwich .....	9
Ilustración 9 Evolución del uso de las fibras de carbono .....	10
Ilustración 10 Proceso de fabricación Hand lay up .....	12
Ilustración 11 Proceso de fabricación Spray lay up.....	12
Ilustración 12 Moldeo por infusión .....	13
Ilustración 13 Proceso de fabricación Resin Transfer Molding.....	14
Ilustración 14 Proceso de fabricación por enrollamiento filamentario radial .....	14
Ilustración 15 Proceso de fabricación por enrollamiento filamentario helicoidal.....	15
Ilustración 16 Proceso de fabricación por enrollamiento polar.....	16
Ilustración 17 Fallo de material compuesto por delaminación.....	17
Ilustración 18 Mecanismos de daño intralaminares .....	18
Ilustración 19 Grieta en torre de refrigeración [19].....	19
Ilustración 20 Inspección mediante rayos X [19] .....	19
Ilustración 21 Termografía infrarroja [19] .....	19
Ilustración 22 Tomografía computarizada [19].....	20
Ilustración 23 Inspección por ultrasonidos [19].....	20
Ilustración 24 Tensiones aplicadas en el método del esfuerzo máximo.....	22
Ilustración 25 Gráfica representación de los modelos de daño.....	22
Ilustración 26 Gráfica diferencias entre modelo de Hashin-Rotem y Hashin .....	25
Ilustración 27 Placa epoxi-carbono. ....	29
Ilustración 28 Representación coordenadas polares .....	30
Ilustración 29 Placa con agujero sometida a compresión.....	31
Ilustración 30 Gráfica del valor de la tensión en función del ángulo.....	32
Ilustración 31 Distribución de la tensión en las zonas cercanas al agujero .....	33
Ilustración 32 Dimensiones del modelo.....	34
Ilustración 33 Gráfica ley de daño del modelo de Hashin.....	36
Ilustración 34 Secuencia de apilamiento 1.....	37
Ilustración 35 Placa sometida a empotramiento .....	38
Ilustración 36 Placa sometida a desplazamiento horizontal.....	38
Ilustración 37 Gráfica de los valores de la amplitud del desplazamiento.....	39
Ilustración 38 Gráfica tensión-deformación snapback .....	41
Ilustración 39 Mallado 0 grados .....	42
Ilustración 40 Seeds mallado 0 grados.....	43
Ilustración 41 Bias aplicado mallado 0 grados .....	43

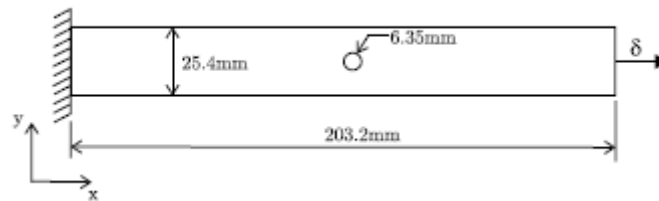
Ilustración 42 Mallado 45 grados.....	44
Ilustración 43 Seeds mallado 45 grados.....	44
Ilustración 44 Bias aplicado mallado 45 grados.....	45
Ilustración 45 Daño de las fibras a tracción, lámina 0 grados.....	47
Ilustración 46 Daño de las fibras a compresión, lámina 0 grados.....	47
Ilustración 47 Daño de la matriz a tracción, lámina a 0 grados .....	47
Ilustración 48 Daño de la matriz a compresión, lámina 0 grados .....	48
Ilustración 49 Daño de las fibras a compresión, lamina a 45 grados.....	48
Ilustración 50 Daño de las fibras a tracción, lamina a 45 grados.....	48
Ilustración 51 Daño de la matriz a tracción, lámina a 45 grados.....	49
Ilustración 52 Daño de la matriz a compresión, lámina a 45 grados.....	49
Ilustración 53 Daño de las fibras a tracción, lámina a -45 grados.....	49
Ilustración 54 Daño de las fibras a compresión, lámina a -45 grados.....	50
Ilustración 55 Daño de la matriz a tracción, lámina a -45 grados.....	50
Ilustración 56 Daño de la matriz a compresión, láminas a -45 grados.....	50
Ilustración 57 Daño de las fibras a tracción, lámina a 90 grados.....	51
Ilustración 58 Daño de las fibras a compresión, lámina a 90 grados.....	51
Ilustración 59 Daño de la matriz a compresión, lámina a 90 grados.....	51
Ilustración 60 Daño de la matriz a tracción, lámina a 90 grados.....	52
Ilustración 61 Evolución del daño a tracción en la matriz, mallado 0 grados, lámina a 45 grados.....	53
Ilustración 62 Gráfica fuerza vs tiempo mallado 0 grados.....	54
Ilustración 63 Gráfica daño matriz a tracción vs tiempo, mallado 0 grados.....	55
Ilustración 64 Daño de las fibras a tracción con mallado a 0 grados tras producirse la fractura, lámina a 0 grados.....	56
Ilustración 65 Gráfica daño de las fibras a tracción vs tiempo, mallado 0 grados.....	56
Ilustración 66 Gráfica fuerza vs desplazamiento, mallado 0 grados.....	57
Ilustración 67 Gráfica fuerza-desplazamiento Tan 1991.....	58
Ilustración 68 Mallado 0 grados placa completa .....	59
Ilustración 69 Gráfica fuerza-desplazamiento mallado 0 grados.....	60
Ilustración 70 Comparación fuerza vs desplazamiento en función del laminado.....	61
Ilustración 71 Gráfica energía vs tiempo [17] .....	63
Ilustración 72 Daño de las fibras a compresión, lámina 0 grados.....	64
Ilustración 73 Daño de las fibras a tracción, lámina 0 grados.....	64
Ilustración 74 Daño de la matriz a tracción, lamina 0 grados .....	64
Ilustración 75 Daño de la matriz a compresión, lámina 0 grados.....	65
Ilustración 76 Daño de las fibras a compresión, lámina 45 grados.....	65
Ilustración 77 Daño de las fibras a tracción, lámina 45 grados.....	65
Ilustración 78 Daño de la matriz a tracción, lámina 45 grados.....	66
Ilustración 79 Daño de la matriz a compresión, lámina 45 grados.....	66
Ilustración 80 Daño de las fibras a tracción, lámina -45 grados.....	66
Ilustración 81 Daño de las fibras a compresión, lámina -45 grados.....	67
Ilustración 82 Daño de la matriz a tracción, lámina -45 grados.....	67
Ilustración 83 Daño de la matriz a compresión, lámina -45 grados.....	67
Ilustración 84 Daño de las fibras a tracción, lámina 90 grados.....	68

Ilustración 85 Daño de las fibras a compresión, lámina 90 grados.....	68
Ilustración 86 Daño de la matriz a tracción, lámina 90 grados. ....	68
Ilustración 87 Daño de la matriz a compresión, lámina 90 grados. ....	69
Ilustración 88 Daño de la matriz a tracción vs tiempo, mallado 45 grados. ....	69
Ilustración 89 Daño de las fibras a tracción vs tiempo, mallado 45 grados.....	70
Ilustración 90 Evolución daño de la matriz, mallado 45 grados, lámina con fibras a 45 grados.	71
Ilustración 91 Gráfica fuerza vs tiempo, mallado 45 grados. ....	72
Ilustración 92 Daño fibras a tracción, mallado a 45 grados, lámina con fibras a 0 grados.....	72
Ilustración 93 Gráfica fuerza vs desplazamiento, laminado 1. ....	73
Ilustración 94 Gráfica fuerza vs desplazamiento, laminado 2. ....	73
Ilustración 95 Gráfica fuerza vs desplazamiento, laminado 3. ....	74

## Resumen

En el presente proyecto se ha estudiado la influencia del cambio de mallado en un ensayo de tracción sobre una placa openhole del material T-1043, de matriz de epoxi y fibras de carbono.

La placa de carbono/epoxi de unas dimensiones (203.2x25.4 mm), espesor (0.1308mm por lamina), sigue tres secuencias de laminado  $[0/(\pm 45)_3/(90)_3]_s$ ,  $[0/(\pm 45)_2/(90)_5]_s$ ,  $[0/\pm 45/(90)_7]_s$ , esta empotrada en uno de sus extremos mientras que, en el opuesto esta aplicada la carga de forma distribuida.



*Ilustración 1 Placa epoxi-carbono*

Se ha realizado un primer estudio para saber cuál es la zona crítica por donde la placa open hole debería fracturarse y a partir de esto, realizar diferentes mallados en esa zona con el fin de comparar resultados.

En un primer ensayo, se han comparado los resultados obtenidos con los obtenidos por Tan en 1991 [9], en su ensayo de tracción sobre una placa open hole con las mismas dimensiones, con el fin de asegurar la validez del modelo.

En la zona crítica se han realizado dos tipos de mallados, un primer mallado a 0 grados y otro mallado a 45 grados, para ser comparados los resultados de ambos modelos primeramente con el ensayo experimental de Tan 1991 y posteriormente entre sí, para poder comprobar si las variaciones sobre el mallado crean diferencias lo suficientemente altas para ser tenidas en cuenta en futuros proyectos.

Para realizar los diferentes mallados se ha contado con el software comercial Abaqus CAE que sirve para realizar modelos numéricos de elementos finitos.



## 1. Introducción

### 1.1 Motivación

Los materiales compuestos llevan usándose dentro del mundo de la industria bastantes años, pero podría decirse que son materiales relativamente jóvenes, de los cuales aún se desconocen ciertos aspectos.

Cierto es, que dentro del mundo de la aeronáutica están muy extendidos ya que son materiales muy ligeros con una alta resistencia, algo muy útil dentro de este sector, donde siempre se busca aminorar el peso sin perder sus propiedades mecánicas.

Esta aminoración del peso se traduce en un mayor ahorro de combustible y consecuentemente una bajada en los costes de fabricación.

Por otro lado, los materiales compuestos se están empezando a usar dentro de otros ámbitos, aunque su elevado coste ha provocado que esta entrada haya sido retrasada durante mucho tiempo, por tanto, es esencial conseguir procesos de fabricación totalmente automatizados para reducir los costes de producción.

Hoy en día, podemos encontrar materiales compuestos en multitud de sectores, como podría ser el mundo del automovilismo donde muchas de las grandes marcas están optando por estos materiales para aligerar el peso y reforzar ciertas partes de los vehículos, aunque también empieza a ser usado en el mundo de la construcción, debido a sus buenas propiedades de resistencia.

La bajada de peso en el mundo del automovilismo se traduce en una reducción en emisiones de  $CO_2$ , algo con lo que se lleva luchando durante años, debido a ser perjudicial para la salud.

La motivación principal para el desarrollo de este proyecto nace debido a que existen multitud de estudios sobre los materiales compuestos, pero siguen existiendo grandes incógnitas dentro de los mismos, como es la sensibilidad del mallado en estos materiales, existe una necesidad de conocer cómo se comportan estos materiales dependiendo del mallado usado y si las diferencias que se obtienen deben ser tenidas en cuenta a la hora de realizar otros proyectos.

Un ejemplo de esto es, la tesis doctoral “Estudio mediante simulación numérica de unión heterogénea acero de alta resistencia-metal duro aplicando soldadura fuerte” [18], en esta tesis, se puede ver como para diferentes mallas sobre el mismo material, se obtienen diferentes resultados. Por tanto, en el desarrollo de este proyecto se analizará si en un modelo de placa open hole fabricada con materiales compuestos, ocurre el mismo fenómeno, es decir, si al variar el mallado sobre el modelo, se obtienen resultados diferentes. Pequeñas variaciones de los resultados al modificar la malla pueden provocar daños catastróficos, ya que estos materiales se usan para trabajos de altas prestaciones.

## 1.2 Objetivos

Uno de los objetivos del trabajo presente, es conocer un poco más el mundo de los materiales compuestos, desde los materiales compuestos que existen en la actualidad hasta sus utilizaciones, conociendo sus modelos de fallo y los modos de detección de los mismos.

El objetivo principal del proyecto es, evaluar la importancia del mallado utilizado en las simulaciones sobre materiales compuestos, ver si las variaciones en la dirección del mallado provocan cambios en los resultados obtenidos, como podría ser su tensión de rotura, el daño sufrido o la fuerza aplicada hasta el comienzo de la fractura.

Para la consecución del objetivo principal se han tenido que llevar a cabo diferentes etapas:

- Creación de un modelo en el programa Abaqus CAE que se ajuste al modelo experimental de Tan [9], a partir de un material compuesto de matriz de epoxi y fibras de carbono.
- Realización de varios laminados diferentes  $[0/(\pm 45)_3/(90)_3]_s$ ,  $[0/(\pm 45)_2/(90)_5]_s$ ,  $[0/\pm 45/(90)_7]_s$ , con la intención de ver cómo influyen las variaciones del laminado sobre los resultados finales obtenidos.
- Variación en la dirección de los mallados de los 3 laminados diferentes, primero creando un modelo donde su zona con mayor probabilidad de fallo se encuentre



mallada a cero grados, y posteriormente, variando la dirección del mallado en esa misma zona con una inclinación de cuarenta y cinco grados.

- Análisis de los resultados obtenidos y conclusiones sobre la sensibilidad de la dirección del mallado en los materiales compuestos.

### 1.3 Descripción del trabajo

El trabajo constará de cuatro fases bastante diferenciadas:

- Antecedentes, constará de dos partes, la primera parte donde se expondrá la naturaleza del proyecto, partiendo desde una definición general de los materiales compuestos, su clasificación, usos y procesos de fabricación, y una segunda parte donde se hará una introducción a los modos de fractura de los materiales compuestos y los modelos de mecanismos de daños de los mismos.
- Modelo numérico, donde se explicará todo lo relacionado con el software Abaqus y la creación del ensayo, analizando todos los datos relacionados con el modelo y como se ha llegado a ellos.
- Resultados y validación, aquí se analizarán los datos obtenidos en el apartado anterior del módulo numérico, se verá si los cambios en la dirección del mallado tienen influencia sobre los valores finales y como de determinantes son estas variaciones sobre los valores finales obtenidos. Además, se realizará la comprobación de la validez del modelo comparándolo con el ensayo experimental de Tan en 1991 [9].
- Conclusiones, una vez analizados los resultados, se expondrán si premisas del trabajo eran correctas y que importancia tienen de cara a los modelos experimentales.

## 2. Antecedentes

### 2.1 Materiales compuestos

#### 2.1.1 Definición y clasificación

Se define un material compuesto como, aquel material que se forma por la unión de dos o más materiales para conseguir una combinación de propiedades que no es posible obtener a partir de los materiales originales. Para ser denominado material compuesto debe cumplir los siguientes requisitos:

- Debe estar formado por dos o más componentes distinguibles y separables físicamente.
- Presentar fases químicas distintas, insolubles entre sí y estar separadas por una interfase.
- Las propiedades mecánicas del compuesto final deben ser superiores a la suma de las propiedades de los materiales iniciales por separado.

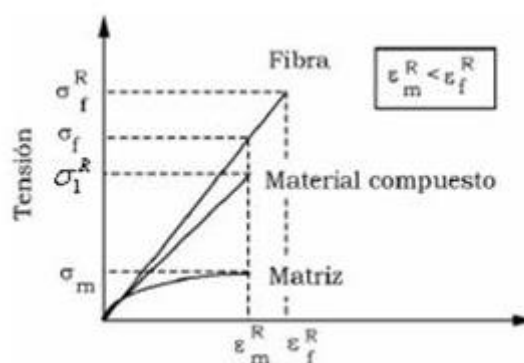
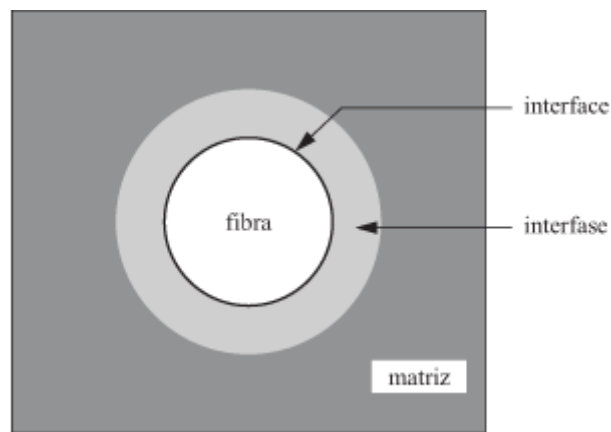


Ilustración 2 Gráfica tensión-deformación materiales compuestos

En los materiales compuestos se deben distinguir como mínimo tres componentes:

- El **refuerzo**, que debe soportar las tensiones aplicadas sobre el material, es decir, aumentar la rigidez y la resistencia del material compuesto.
- La **matriz**, encargada de distribuir las tensiones entre las fibras, manteniéndolas en su posición y aislándolas del medio exterior, además debe evitar la propagación de las grietas y también conseguir que no exista el pandeo lateral de las fibras.
- La **interfase**, las propiedades de un material compuesto no solo dependerán de las propiedades de la matriz y del refuerzo, también tendrá importancia en las propiedades el modo de contacto entre ambos, la interfase se encarga de que la transferencia de carga entre la matriz y el refuerzo se realice de forma correcta, una interfase débil provocará una mala transferencia y, por tanto, la matriz será la que soporte la mayoría de los esfuerzos de manera que se creará la rotura antes de lo debido.



*Ilustración 3 Componentes de un material compuesto*

Tanto las matrices como los refuerzos se clasifican según el material utilizado para su fabricación:

Tipos de matrices según su naturaleza:

- La **matriz polimérica**, es la más usada debido a su bajo coste, aunque se debe tener cuidado con ella ya que sus propiedades pueden variar en función de las condiciones ambientales (temperatura, humedad, etc.).
- La **matriz metálica**, ofrece una gran capacidad resistente al material, aunque suele ser poco usada debido a su alta densidad y sus dificultades para el procesado y mecanizado.
- La **matriz cerámica**, ofrece una gran resistencia a los esfuerzos a altas temperaturas, su gran inconveniente es su baja tenacidad.

Los materiales compuestos podemos dividirlos en tres grandes grupos según su refuerzo:

- **Materiales compuestos reforzados con partículas**, son aquellos que tienen una matriz blanda y dúctil que rodea a partículas de un material duro y frágil.
- **Materiales compuestos endurecidos por dispersión**, a medida que la temperatura aumenta, las propiedades de este tipo de materiales se vuelven mejores que las aleaciones.
- **Materiales compuestos reforzados con fibras**, las fibras aportan una alta resistencia en su dirección longitudinal, en este caso, los materiales compuestos son anisótropos dado que sus propiedades son diferentes dependiendo en la dirección en la que son medidas.

A parte de estos tipos de materiales compuestos, también existen los estructurales, que son aquellos formados por varios materiales compuestos o en su defecto materiales sencillos, dependen de su geometría y diseño. Existen dos grandes grupos:

- **Laminados**, están formados por apilamiento de capas de pequeño espesor unidas por un adhesivo u otro elemento. Existen dos tipos de laminados, en cinta o en tejido:
  - En cinta, cada capa del laminado tiene orientadas las fibras en un sentido dentro de la matriz, todas las láminas están apiladas de forma que, las fibras quedan en la misma dirección, formándose un *laminado unidireccional*.

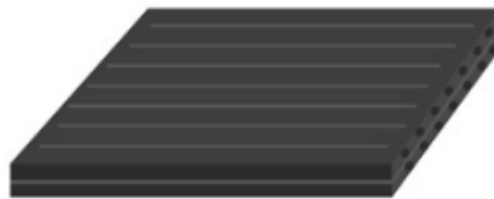


Ilustración 4 Laminado unidireccional

Por otro lado, cuando las fibras están colocadas de forma ortogonal, se obtiene un *laminado ortótropo*, que tiene diferentes propiedades en función de las dos direcciones principales, en las cuales están colocadas las fibras.

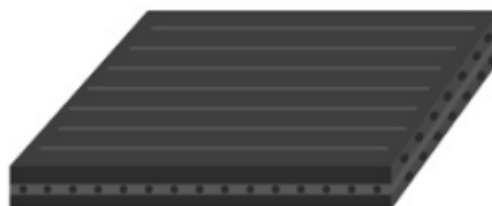


Ilustración 5 Laminado ortótropo

También existe el *laminado cuasi-isótropo*, que trata de poner las fibras en varias direcciones diferentes, siendo las más comunes 0,  $\pm 45$ , 90 grados, de forma que se consiguen propiedades casi idénticas en todas las direcciones.

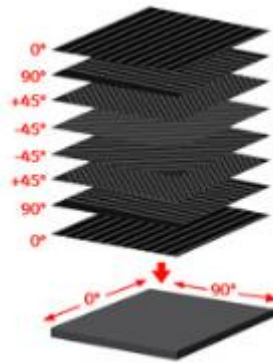


Ilustración 6 Laminado Cuasi-isótropo

- En tejido, se caracterizan por seguir una secuencia de entrelazado entre dos materiales compuestos con direcciones de fibras perpendiculares entre si, las fibras longitudinales se denominan urdimbres mientras que las transversales se llaman trama.

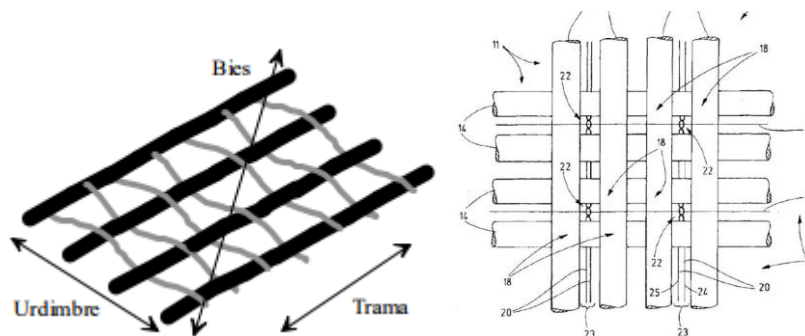


Ilustración 7 Laminado en tejido

- En **sándwich**, consta de dos laminas exteriores de mayor dureza y resistencia unidas por otro material menos denso y con resistencia menor, de forma que las zonas exteriores reciben las cargas a flexión, mientras que la zona interior recibe las cargas de cortadura.

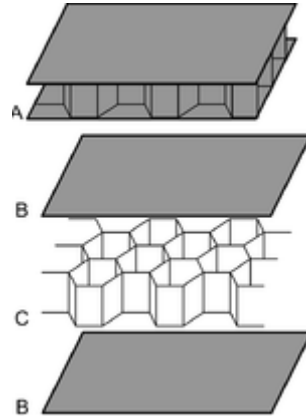


Ilustración 8 Laminado en sándwich

### 2.1.2 Utilización de materiales compuestos

En los últimos años, el uso de materiales compuestos ha aumentado de forma exponencial debido a las grandes ventajas que propone con respecto al resto de materiales [6,7].

Aunque hoy en día sigue siendo un sector en crecimiento, los precios son demasiado altos y en algunos casos prohibitivos para llevar a cabo ciertos proyectos. La bajada de precio de este tipo de materiales pasa por una mayor automatización de los procesos de fabricación, algo que se está implementando lentamente en la industria de los diferentes países que están apostando por su utilización.

Según diversos estudios, el crecimiento que se esperaba para la utilización de diversos materiales compuestos durante los próximos años estaba en torno a un 15% o 20% llegando incluso a superar la demanda a la oferta. Algunos de los sectores que más materiales compuestos demandan hoy en día son, el sector aeronáutico y el sector del automóvil.

**EL MERCADO GLOBAL DE LA FIBRA DE CARBONO**

En miles de toneladas

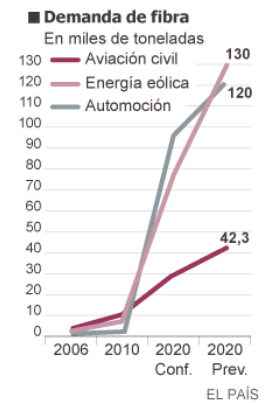
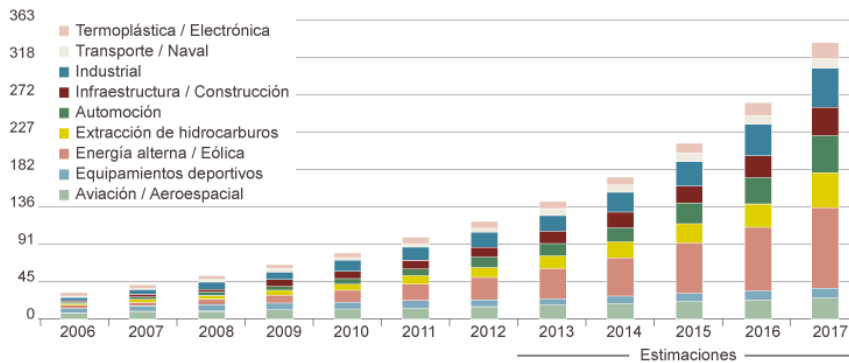


Ilustración 9 Evolución del uso de las fibras de carbono

Como se puede observar en la ilustración 9 tanto la automoción, como la aeronáutica y la energía eólica son los sectores que más materiales compuestos demandan, esto es debido a que obtienen las mismas propiedades o incluso mejores con un peso muy inferior, esto provoca una reducción de consumo de combustible en torno a un 29% y un 31%. Por consiguiente, aunque su precio sea superior en poco tiempo se consigue una rentabilidad económica.

Las principales utilidades de los materiales compuestos son:

- Electrónica, la mayoría de los componentes usados para este sector están creados a partir de materiales compuestos y no serían realizables sin ellos, debido a las propiedades que demandan.
- Construcción, este sector ha ido introduciendo los materiales compuestos de forma muy lenta a lo largo del tiempo, pero actualmente, muchas de las grandes obras de la construcción están fabricadas a partir de este tipo de materiales.
- Medicina, debido a las propiedades de este tipo de materiales se han realizado grandes avances en el sector, como pueden ser: los corazones artificiales o los tubos de aorta.
- Transporte, los materiales compuestos han mejorado las propiedades de los componentes que se estaban usando hasta hace poco en este sector, como pueden ser: durabilidad, corrosión, ligereza...



- Aeronáutica, más del 50% del peso de los aviones corresponde a materiales compuestos, es el sector donde más extendidos están este tipo de materiales.
- Otros mercados, el uso de materiales compuestos está cada vez más extendido en multitud de mercados, como pueden ser los deportes, donde se usan debido a su ligereza y resistencia, o en el sector del embalado, donde en ocasiones son la única solución si se necesita una alta resistencia para que el producto final llegue en unas condiciones óptimas a su destino.

### 2.1.3 Fabricación de materiales compuestos

En el conformado de materiales compuestos existen multitud de opciones a la hora de elegir matriz y fibras, con propiedades muy diferentes entre sí, pero las propiedades mecánicas de los materiales compuestos no dependen únicamente de las propiedades de la matriz y de las fibras, también dependen del proceso de fabricación con el que se llevan a cabo.

Los métodos de conformado para matrices plásticas tienen ya bastantes años de madurez, mientras que los métodos de conformado de matrices metálicas y cerámicas están en vías de desarrollo. Conseguir procesos de fabricación muy automatizados es algo primordial para conseguir bajar el precio del compuesto final [2].

- Métodos de conformado de matrices plásticas:

Cuando las resinas utilizadas son termoplásticas, los procesos utilizados más comunes son, **extrusión, inyección y moldeo por compresión**, que son aquellos en los cuales se moldea la matriz para llegar a un conformado final. Sin embargo, cuando se encuentran con matrices termorígidas se necesitan procesos especializados. Algunos de estos procesos son:

**“Hand lay up” o moldeo por colocación manual**, fue la primera técnica empleada para crear plásticos reforzados con fibras de vidrio y hoy en día, sigue siendo una de las técnicas más empleadas. Es útil para series de piezas muy cortas o para piezas muy grandes, es la solución más económica ya que no se necesita una mano de obra muy

especializada, pero a su vez es una técnica que depende de la sensibilidad del operario, por lo que se crean imperfecciones en el material.

Algunas de las aplicaciones que tiene este tipo de técnica son palas de aerogeneradores, la estructura de los barcos y maquetas de construcción.

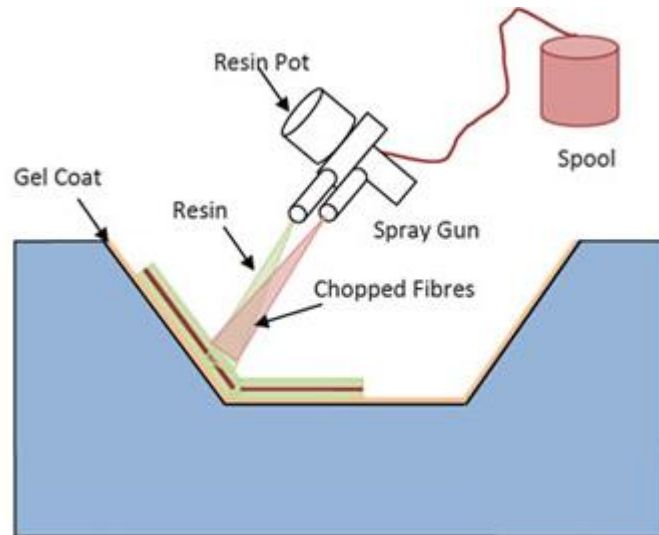


Ilustración 10 Proceso de fabricación Hand lay up

**“Spray lay up” o moldeo por proyección simultánea**, el proceso consiste en depositar de forma simultánea las fibras y la resina en las proporciones correspondientes, de manera que se forme un tapiz lo más homogéneo posible en cuanto espesor y distribución.

Es el primer paso de la evolución del moldeo por contacto, este proceso empieza a estar automatizado, provocando una reducción de costes y aumentando la productividad.

Este tipo de proceso se utiliza para crear cerramientos simples y paneles estructurales sometidos a cargas ligeras.

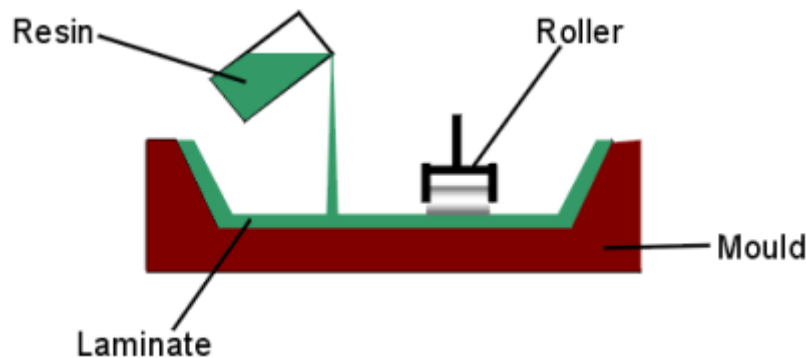
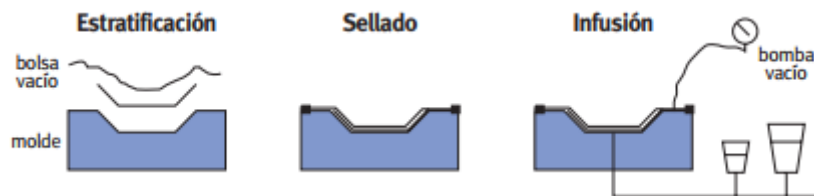


Ilustración 11 Proceso de fabricación Spray lay up

**Moldeo por infusión**, este tipo de proceso de fabricación es finalmente, una continuación del “hand lay-up”, donde el laminado se consolida a partir de una bomba de vacío y una bolsa hermética. Consiste en colocar una bolsa hermética en torno al material compuesto y con la bomba de vacío extraer el aire y el exceso de resina, con esto se consigue un mayor número de fibras en el laminado, esto se ve de forma más clara en la ilustración 12.

Es un proceso totalmente seguro, pero hace que el proceso de fabricación sea más costoso, ya que se necesita un operario cualificado y además el tiempo de fabricación es superior.

Este proceso es utilizado sobre todo cuando se quieren conseguir unas prestaciones muy altas, como pueden ser los automóviles deportivos de carreras.



*Ilustración 12 Moldeo por infusión*

**RTM: “Resin Transfer Molding”**, en este proceso, el molde se rellena primeramente con el material de refuerzo, aplicándole una presión para que se ajuste al molde, una vez conseguido, se cierra el molde y comienza la inyección de la resina, de forma que al llenar de resina el molde se extrae el aire que se encuentra en el interior, posteriormente se extrae la resina sobrante y se procede al curado.

Con este tipo de proceso de fabricación se pueden conseguir formas geométricas más complejas en tiempos de fabricación más cortos, además de una alta fracción de fibras y una baja cantidad de burbujas de aire.

Este proceso es muy útil de cara a obtener piezas pequeñas de alta complejidad, como pueden ser partes de aviones y automóviles.

## The RTM Process

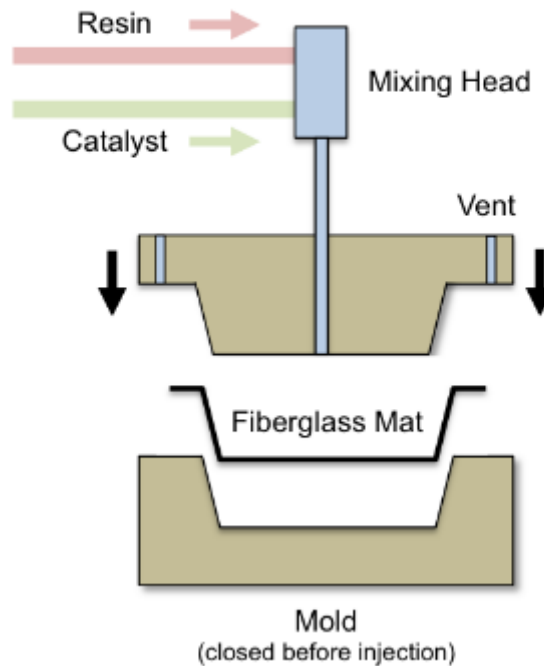


Ilustración 13 Proceso de fabricación Resin Transfer Molding

**“Filament winding” o “enrollamiento filamentario”,** la base de este proceso es enrollar las fibras pre-impregnadas en resina en torno a un mandril que va girando, este enrollamiento puede ser con diferentes ángulos de inclinación o siempre con el mismo.

Existen tres tipos de enrollamiento:

- Circunferencial o radial: el enrollamiento es perpendicular al eje del mandril aportando resistencia a la pieza en la dirección circunferencial.

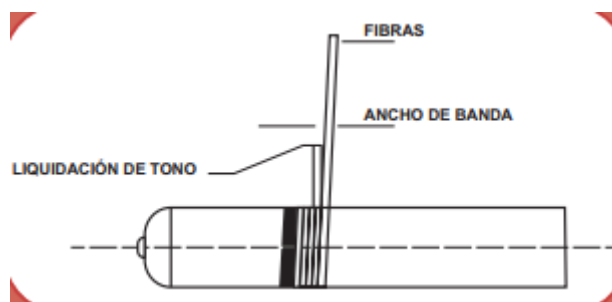
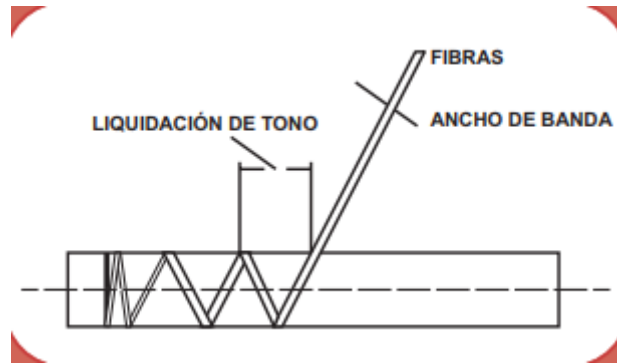


Ilustración 14 Proceso de fabricación por enrollamiento filamentario radial

- Helicoidal: En este tipo de enrollamiento las fibras avanzan con un determinado ángulo con respecto a la dirección axial del mandril.



*Ilustración 15 Proceso de fabricación por enrollamiento filamentario helicoidal*

- Enrollamiento polar: Es un caso especial de enrollamiento helicoidal, se basa en que el paso de las fibras tiene que ser tangente a un polo del mandril y luego a su opuesto. Este tipo de enrollamiento tiene el inconveniente de que la pieza no puede tener una relación de longitud/ diámetro de 1.8.

Este tipo de proceso está muy automatizado, lo que provoca que los costes de producción sean relativamente bajos, pero tiene un gran inconveniente y es que solo puede ser usado para superficies convexas, ya que en las cóncavas no podrían adherirse a la superficie.

La utilidad principal de este tipo de procesos son los tanques de almacenajes químicos, tuberías de transporte de productos químicos y cilindros de gas.

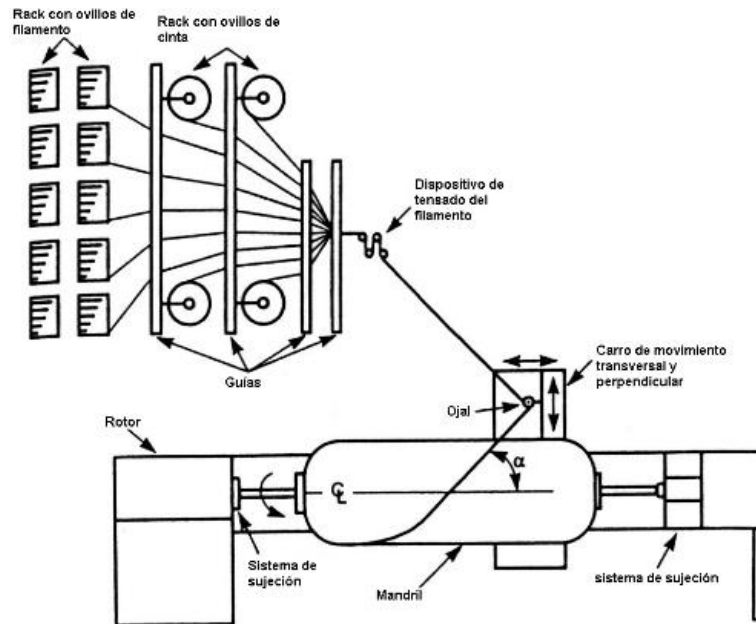


Ilustración 16 Proceso de fabricación por enrollamiento polar

- Métodos de conformado de matrices metálicas:

Los compuestos de matriz metálica como se indicó anteriormente son compuestos que ofrecen gran resistencia a altas temperaturas. Estas propiedades hacen que sean muy útiles para su uso en las aplicaciones aeroespaciales, pero también en otros contextos, como pueden ser refuerzos en las hélices de los barcos.

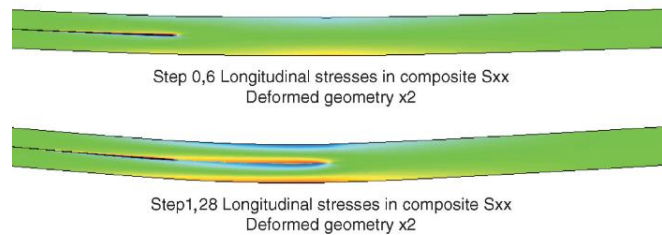
El proceso más común para realizar este tipo de piezas es la **pulvimetalurgia**, que es un proceso en el cual, se introducen polvos metálicos en un molde y a partir de la compactación se consigue la forma del molde. Posteriormente con un proceso de sinterización se consigue la pieza final.

Este proceso es muy útil para la realización de piezas en serie pequeñas y de gran precisión, en las cuales se puede controlar la porosidad y el grado de permeabilidad. Es de los procesos de fabricación más usados y a partir de él se consigue fabricar rodamientos, árboles de levas, segmentos de pistones, guías de válvulas, etc.

## 2.2 Modos de fallo de materiales compuestos

Los mecanismos de fallo en los materiales compuestos han sido objeto de estudio durante muchos años [6,7], gracias a estos estudios, se conoce a la perfección los mecanismos de fallo que sufren este tipo de materiales, dividiéndose en dos, por un lado, los interlaminares y por otro lado los intralaminares.

El mecanismo de fallo interlaminar más conocido es la **delaminación**, este consiste en la separación de las láminas adyacentes en un material compuesto. Es un mecanismo de fallo muy difícil de identificar debido a que no se observa a simple vista, la mejor forma de conocer cómo se produce el fallo del material debido a la delaminación es usando un programa de simulación numérica, analizando la superficie cohesiva.



*Ilustración 17 Fallo de material compuesto por delaminación*

Por otro lado, se encuentran con los mecanismos de fallo intralaminares que son:

- Rotura de matriz a compresión: Este tipo de rotura se produce cuando interaccionan las cargas perpendiculares a la dirección de las fibras y las cargas tangenciales en el plano.
- Rotura de matriz a tracción: Para que se produzca este tipo de rotura, las cargas deben ser aplicadas en dirección perpendicular a las fibras, la rotura se produce en la dirección de las fibras.
- Rotura de fibras a compresión: La carga debe ser aplicada en la dirección de las fibras a compresión. La rotura por compresión de las fibras puede producirse por micropandeo o por desalineación de las fibras. El micropandeo, consiste en el fenómeno de la inestabilidad de las fibras dentro de la matriz, mientras que las

desalineaciones de las fibras se deben a la formación de bandas de cortadura que al estar en contacto con tensiones tangenciales provocan la rotura de las fibras.

- Rotura de fibras a tracción: Esta rotura está asociada a una carga de tracción aplicada en la dirección de las fibras. Suele ser una rotura repentina y veloz.

En la figura 18 se pueden ver los cuatro mecanismos de daño intralaminares:

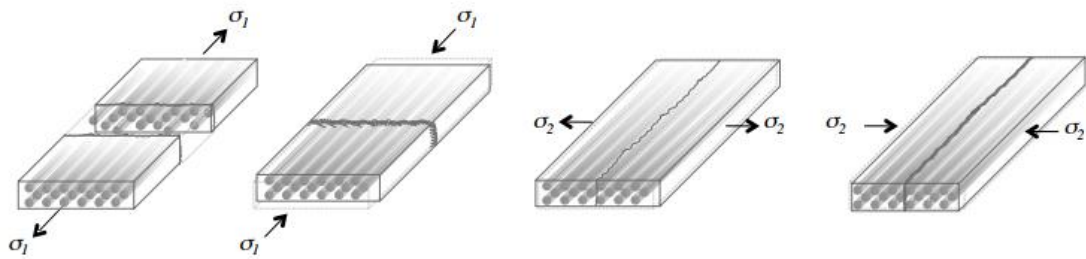


Ilustración 18 Mecanismos de daño intralaminares

### 2.3 Detección de fallos

La detección de fallos es algo primordial dentro de los materiales compuestos, dado que son materiales que se usan para cubrir altas prestaciones y una pequeña fisura o microrrotura podrían provocar un fallo catastrófico en la estructura. Existen dos tipos de técnicas para la detección de fallos en materiales compuestos, las técnicas destructivas y las técnicas no destructivas. Normalmente, las técnicas más usadas son las no destructivas, debido a que los materiales compuestos después de ser utilizados pueden ser analizados. Algunas de las técnicas de inspección de fallos son [19]:

- Inspección visual, sirve como una primera medida de detección de fallos, si es observable a simple vista, no puede ser usado en ningún tipo de aplicación. Si un material no presenta fallos observables a simple vista, igualmente deben ser analizados con otras técnicas debido a que pueden presentar microrroturas no observables por el ojo humano. Una de las técnicas más usadas dentro de la inspección visual, es la de tratamiento con luz, debido a la transparencia de la luz blanca, se pueden ver los fallos en los materiales compuestos.





Ilustración 19 Grieta en torre de refrigeración [19]

- Inspección mediante rayos X, se usan radiaciones electromagnéticas de alta frecuencia. Estas radiaciones son capaces de penetrar en el interior del material compuesto. Las porosidades o microrroturas son observables debido a que absorben otra cantidad de radiación.

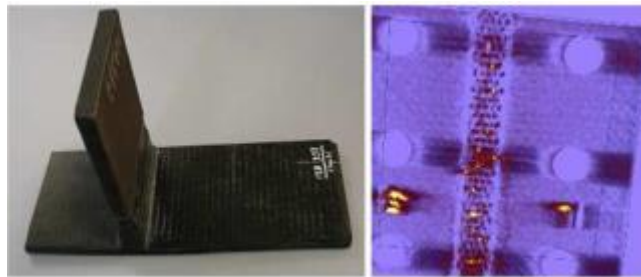


Ilustración 20 Inspección mediante rayos X [19]

- Termografía de rayos infrarrojos, se basa en la obtención de una imagen de la distribución de la temperatura a lo largo de la superficie del objeto. Las zonas que están dañadas aparecen con una distribución de temperatura diferente.

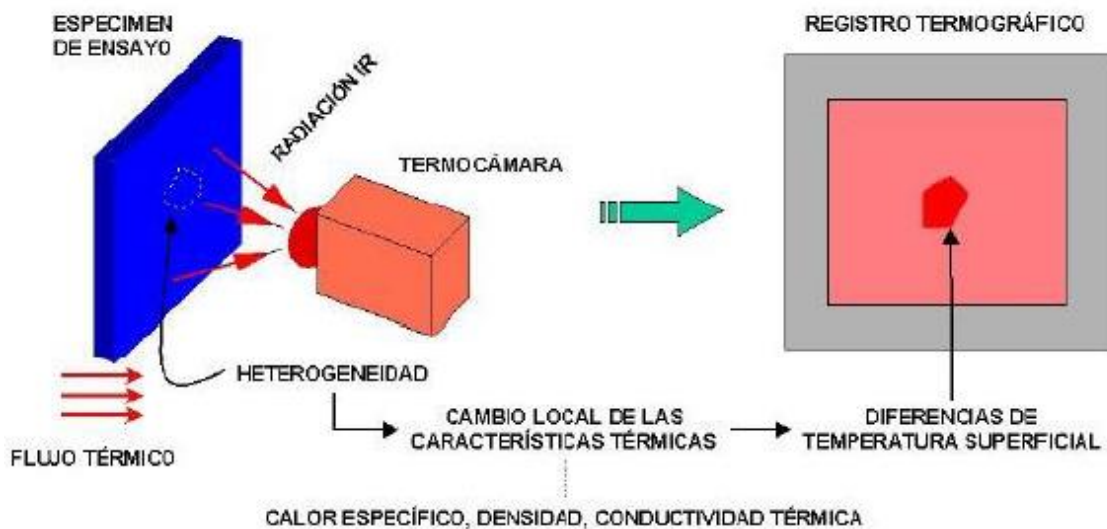


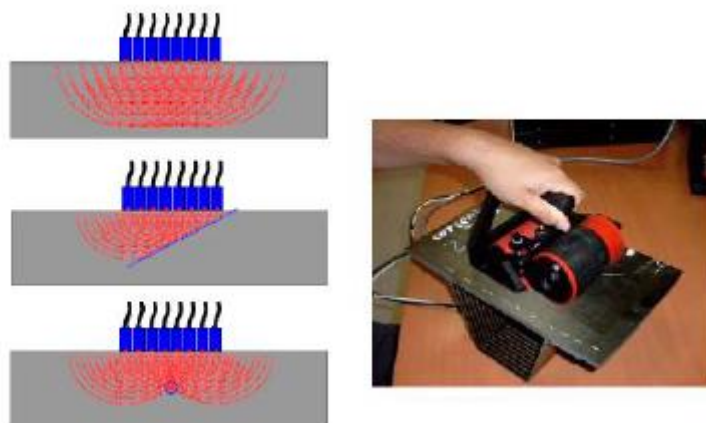
Ilustración 21 Termografía infrarroja [19]

- Tomografía computarizada, es una técnica en vías de desarrollo debido a su alto coste. Solo se usa para casos donde no se pueden permitir fallos de ningún tamaño, como las palas de los helicópteros.



*Ilustración 22 Tomografía computarizada [19]*

- Inspección por ultrasonidos, esta técnica se basa en enviar ondas a través del material compuesto y la devolución de las mismas por parte del material, si presenta defectos en su interior, las ondas que serán devueltas por el material estarán alteradas.



*Ilustración 23 Inspección por ultrasonidos [19]*

La técnica de ultrasonidos más empleada es por láser, que permite la inspección de piezas con geometrías complejas y de muy pequeño tamaño.

## 2.4 Modelos de mecanismos de daños

Existe una necesidad de predecir el modo de fallo de los materiales compuestos, el problema de esto es, que el fallo de un material compuesto puede producirse por diversos factores, esto es debido a que existen multitud de términos que influyen en ello [5]. Por un lado, tenemos las propiedades de las fases propiamente dichas (matriz y fibras), pero también se deben tener en cuenta las propiedades de la interfase, además de la anisotropía del material, ya que sus propiedades dependen de la dirección en la que se aplica la carga.

Debido a la necesidad de análisis, los programas de simulación numérica han tenido un gran auge en los últimos años. Por ello, se crearon multitud de modelos de fallo de materiales compuestos, con el paso del tiempo se decidió realizar un estudio de análisis y comparación entre ellos, llamado “World Wide Failure Exercise” [14]. Este estudio demostró, que no existe un criterio único para la detección del fallo, es decir, dependiendo de la carga aplicada y la dirección de la misma, algunos criterios eran más precisos que otros dependiendo del caso.

Los modelos de predicción de fallo seleccionan algunos criterios de fallo y a partir de ellos realizan un estudio para ver cómo afectan al estado tensional. Existen dos grandes grupos en los modelos de predicción de fallo, por un lado, están los modelos de “ply discount” que analizan la rotura para una de las láminas y una vez la primera se ha fracturado supone que el material ha fallado completamente, y por otro lado están los modelos de daño continuo, algunos de estos modelos son los siguientes:

- Teoría del esfuerzo máximo [5], esta teoría se basa en, si alguno de los ejes principales está sometido a una tensión mayor que su resistencia en ese eje, se producirá el fallo del material. Es decir, se producirá la fractura si se cumple alguna de las siguientes ecuaciones:

$$|\sigma_1| \geq F_{1t} \text{ si } \sigma_1 > 0 \text{ ó } |\sigma_1| \geq F_{1c} \text{ si } \sigma_1 < 0$$

$$|\sigma_2| \geq F_{2t} \text{ si } \sigma_2 > 0 \text{ ó } |\sigma_2| \geq F_{2c} \text{ si } \sigma_2 < 0$$

$$|\sigma_4| \geq F_4$$

$$|\sigma_5| \geq F_5$$

$$|\sigma_6| \geq F_6$$

Donde  $\sigma$  son los esfuerzos aplicados y  $F$  las resistencias que tiene el material, se puede ver más claro en la siguiente ilustración 24:

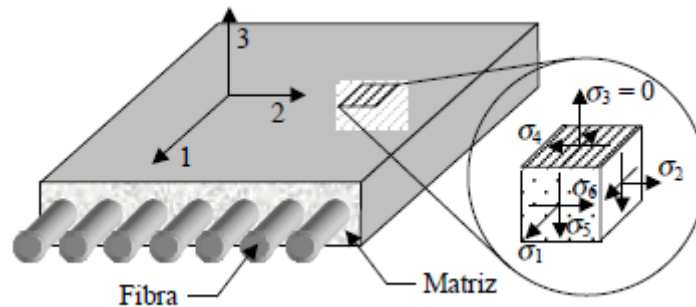


Ilustración 24 Tensiones aplicadas en el método del esfuerzo máximo.

Esta teoría, es muy fácil de interpretar y nos da mucha información sobre como falla nuestro material compuesto. Pero a su vez, tiene la gran desventaja de no tener en cuenta la interacción entre esfuerzos. Como se puede ver en la ilustración 25, el punto P según este criterio no provocaría fallo, mientras que según el modelo experimental (curva a trazos), sí que provocaría la fractura del material.

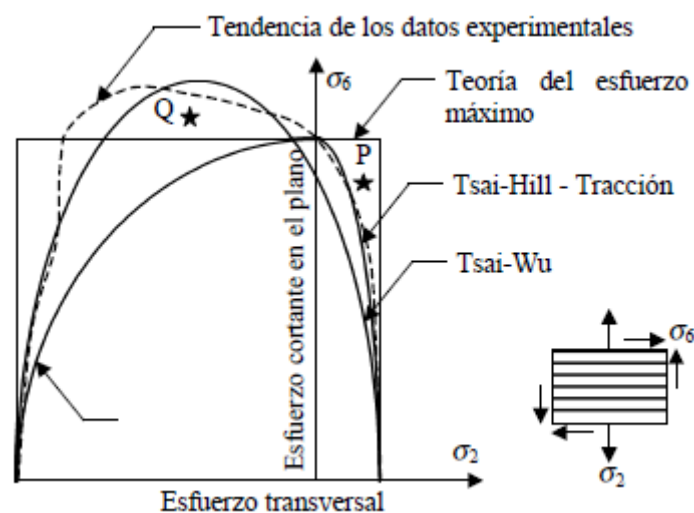


Ilustración 25 Gráfica representación de los modelos de daño

- Teoría de la deformación máxima [5], dice que se producirá fallo en el material cuando, la deformación máxima en alguno de sus ejes principales sea mayor que el valor experimental que produce fallo. Esto ocurriría si se cumple alguna de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_{1t}^u, \text{ si } \varepsilon_1 > 0 \text{ ó } |\varepsilon_1| = \varepsilon_{1c}^u \text{ si } \varepsilon_1 < 0 \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_{2t}^u, \text{ si } \varepsilon_2 > 0 \text{ ó } |\varepsilon_2| = \varepsilon_{2c}^u \text{ si } \varepsilon_2 < 0 \\ |\gamma_4| &= \gamma_4^u \\ |\gamma_5| &= \gamma_5^u \\ |\gamma_6| &= \gamma_6^u\end{aligned}$$

Las ventajas y desventajas que presenta esta teoría son muy similares a las del esfuerzo máximo, y esto es debido a que, el esfuerzo y la deformación están relacionadas a partir del coeficiente de Poisson, aunque también debido a esta relación, esta teoría tiene en cierta parte en cuenta la interacción entre esfuerzos.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu(\sigma_y - \sigma_z)) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu(\sigma_x - \sigma_z)) \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu(\sigma_y - \sigma_x))\end{aligned}$$

Tanto la teoría del esfuerzo máximo como la de la deformación máxima, como se puede observar en la ilustración 25 tienen problemas cuando los valores de ambos esfuerzos son grandes e interactúan entre ellos. Debido a esto se propuso la siguiente teoría:

- Teoría Tsai-Hill [15], propone ajustar los datos experimentales de materiales ortótropos en un criterio muy similar al de Von Mises:

$$\frac{(\sigma_1)^2}{(F_1)^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{(F_1)^2} + \frac{(\sigma_2)^2}{(F_2)^2} + \frac{(\sigma_6)^2}{(F_6)^2} + \frac{(\sigma_4)^2}{(F_4)^2} + \frac{(\sigma_5)^2}{(F_5)^2} = 1,$$

En el análisis de esta teoría, se puede ver a simple vista que, tiene en cuenta la interacción entre esfuerzos. Esta teoría se ajusta muy bien a un cierto rango de valores experimentales, como se puede ver en la ilustración 25.

El gran problema que presenta esta teoría es que, según Tsai-Hill, todos los esfuerzos contribuyen a la rotura de la lámina, algo que no puede ocurrir ya que no todos los modos de fallo pueden estar presentes simultáneamente, además de presentar un único valor tanto para las resistencias a tracción como de compresión, por tanto, no es aplicable a todos los materiales.

- Teoría de Tsai-Wu [16], esta teoría es una modificación a partir de la anterior, en la cual se añade un coeficiente para que se ajuste más a la realidad:

$$f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 + f_{11}(\sigma_1)^2 + f_{22}(\sigma_2)^2 + 2f_{12}(\sigma_1\sigma_2) + f_{66}(\sigma_6)^2 + f_{44}(\sigma_4)^2 + f_{55}(\sigma_5)^2 - 1 = 0, \quad \text{donde}$$

$$f_1 = F_{1t}^{-1} - F_{1c}^{-1}, \quad f_2 = F_{2t}^{-1} - F_{2c}^{-1}, \quad f_{11} = (F_{1t}F_{1c})^{-1},$$

$$f_{22} = (F_{2t}F_{2c})^{-1}, \quad f_{66} = F_6^{-2}, \quad f_{44} = F_4^{-2} \text{ y } f_{55} = F_5^{-2}.$$

Gracias a este coeficiente, como podemos observar en la ilustración 25, el modelo se ajusta aún más al experimental.

El problema que presenta esta teoría al igual que la anterior es que, no realiza de forma correcta la interacción entre esfuerzos, ya que, en un ensayo de tracción, aparezca el término de la resistencia a compresión que no influirá en absoluto.

- Teorías de Hashin, el científico Z. Hashin elaboró dos teorías sobre los modos de falla de los materiales compuestos, ambos se basan en la necesidad de obtener resultados a partir de los mecanismos de fallo en los materiales compuestos, que son:
  - Rotura de matriz a tracción.
  - Rotura de matriz a compresión.
  - Rotura de fibras a tracción.
  - Rotura de fibras a compresión.

La primera de estas teorías, elaborada por Hashin-Rotem en 1973 [10], se basaba en un modelo biaxial de carga a tracción, por lo que dejaba bastantes incógnitas en cuanto a un modelo a compresión. En 1980, Hashin reformulo esta teoría para un modelo tridimensional donde [11], también se tenía en cuenta la carga a compresión a la que podía estar sometida el material compuesto.

Modo de fallo	Hashin-Rotem (73)	Hashin (80)
Fallo de la fibra en tracción (FFT)	$\sigma_{11} = X_t \quad (\sigma_{11}, X_t > 0)$	$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{11} > 0)$
Fallo de la fibra en compresión (FFC)	$ \sigma_{11}  = X_c \quad (\sigma_{11} < 0, X_c > 0)$	$ \sigma_{11}  = X_c \quad (\sigma_{11} < 0, X_c > 0)$
Fallo de la matriz en tracción (FMT)	$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} > 0)$	$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} > 0)$
Fallo de la matriz en compresión (FMC)	$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} < 0)$	$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S_T}\right)^2 + \left[\frac{Y_c}{2S_T}\right] - 1 \left  \frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \right. \quad (\sigma_{22} < 0)$

Tabla 1 Diferencias entre modelo de Hashin-Rotem y Hashin

Los resultados que se obtienen para ambas teorías son muy similares pero el segundo modelo propuesto por Hashin es más completo dado que en esta segunda teoría Hashin sí que tiene en cuenta el fallo a compresión:

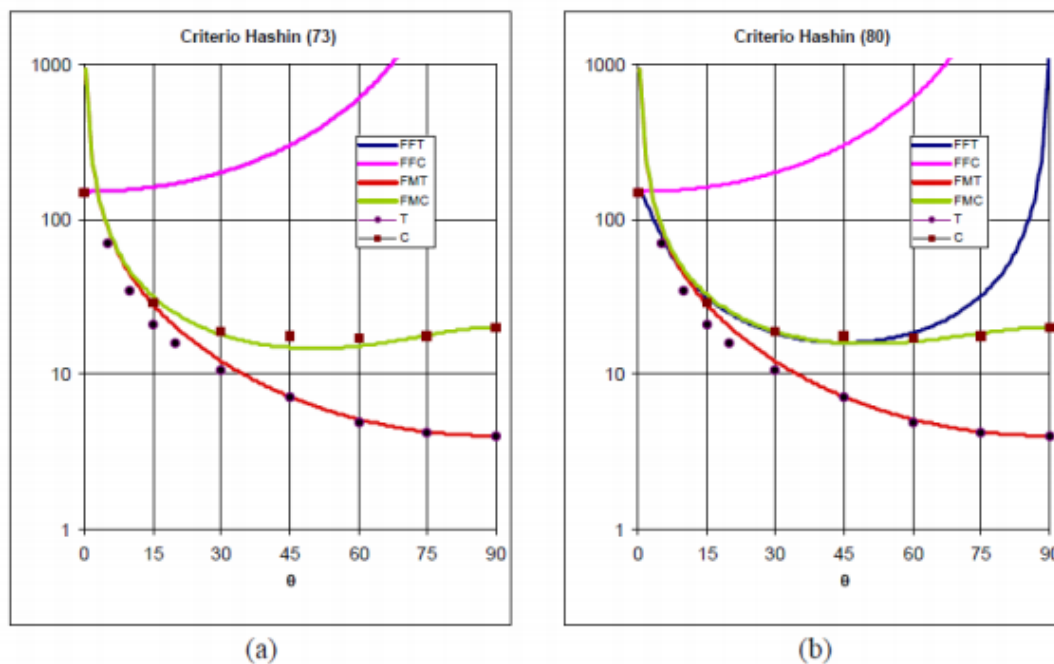


Ilustración 26 Gráfica diferencias entre modelo de Hashin-Rotem y Hashin

Como se puede observar en la ilustración 25, las teorías expuestas se ajustan bastante bien a los datos experimentales obtenidos por R.M Jones, incluso mejor que las teorías anteriores de Tsai-Hill.

Debido a los buenos resultados obtenidos por Hashin en su segundo modelo, es una teoría bastante implementada en los programas de cálculo numérico para materiales compuestos, como es el caso del software Abaqus, con el cual se trabajará para la obtención de los resultados de este trabajo.

- Teoría de Chang-Chang [12], esta teoría es muy similar a la formulada por Hashin-Rotem, su formulación es idéntica para el cálculo de fallo en las fibras y en la matriz a tracción, sin embargo, para el cálculo de matriz a compresión se modifica de la siguiente forma:

$$\frac{1}{4} \left( \frac{-\sigma_b}{S_{ab}} \right)^2 + \left[ \left( \frac{Y_c}{2S_{ab}} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_b}{Y_c} + \left( \frac{\tau_{ab}}{S_{ab}} \right)^2 = 1$$

- Teoría de Puck (1997) [13], fue una de las teorías examinadas en el “World Wide Failure Exercise” además de una de las que mejor predecía el fallo del material compuesto. Puck, asumió al igual que Hashin-Rotem que había que crear diferentes modos de fallo en función de los mecanismos de fallo existentes en el material. Para un caso de modelado 2D, encuentra hasta tres modos de fallo para la matriz, según en la zona en la que se encuentre.

Zona A: La matriz se encuentra sometida a tracción y cortadura simultáneamente, mientras que el plano de fractura es de 0 grados.

Zona B: La matriz se encuentra sometida a compresión y cortadura simultáneamente, mientras que el plano de fractura vuelve a ser a 0 grados.

Zona C: Es necesario primero obtener el ángulo del plano de fractura para poder aplicar el criterio de fallo.

- Rotura de fibras a tracción, se basa en la deformación máxima que puede someterse a las fibras a tracción en una lámina:



$$\frac{1}{\varepsilon_{aT}} \left( \varepsilon_a - \frac{\nu_{fab}}{E_{f1}} m_{\sigma f} \sigma_b \right) = 1$$

- Rotura de las fibras a compresión, es muy similar al criterio de fibras a tracción, pero añade las tensiones tangenciales, algo necesario ya que podría darse el caso de que fracturasen debido al micropandeo.

$$\frac{1}{\varepsilon_{aC}} \left( \varepsilon_a - \frac{\nu_{fab}}{E_{f1}} m_{\sigma f} \sigma_b \right) + (10\gamma_{ba})^2 = 1$$

Por último, se debe analizar la fractura de la matriz dependiendo de la zona en la que se encuentre, esto se puede ver resumido en la Tabla 2:

Modo de rotura	Fórmula
Rotura matriz modo A	$\sqrt{\left(\frac{\tau_{ab}}{S_{ab}}\right)^2 + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{Y_T}{S_{ab}}\right) \left(\frac{\sigma_b}{Y_T}\right)^2} + p_{\perp\parallel}^+ \left(\frac{\sigma_b}{S_{ab}}\right) = 1$
Rotura matriz modo B	$\frac{1}{S_{ab}} \left( \sqrt{\tau_{ab}^2 + (p_{\perp\parallel}^- \sigma_b)^2} + p_{\perp\parallel}^- \sigma_b \right) = 1$
Rotura matriz modo C	$p_{\perp\parallel}^- = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^- \frac{Y_C}{S_{ab}}} + 1 \right)$

Tabla 2 Formulación rotura de matriz según el modelo de Puck

En esta tabla se estudian los modos de fractura que pueden existir en la matriz en función de la zona en la que se encuentre. Las diferencias han sido explicadas anteriormente y dependerán de si está sometido a tracción o compresión, además del ángulo del plano de fractura.

### 3. Modelo numérico

#### 3.1 Introducción al software Abaqus

El análisis de elementos finitos como método matemático nace en 1943 desarrollado por Richard Courant, pero no tiene una aplicación en el mundo de la ingeniería hasta décadas posteriores. El primer programa basado en la resolución de problemas por elementos finitos es NASTRAN, que fue desarrollado por necesidad de la NASA.

Posteriormente aparecen nuevos programas para el cálculo de problemas por el método de elementos finitos, como fue RFEM. El software Abaqus nace por la necesidad de resolver problemas de forma completa por el método de elementos finitos. Desde el preproceso, donde se define el modelo y los factores que intervienen sobre él, resolución, donde el programa se encarga de resolver todos los nodos de los elementos finitos y el post-procesamiento, donde se analizan los resultados obtenidos de la solución del problema.

Abaqus sirve para la modelización y resolución de numerosos tipos de problemas, desde problemas estructurales lineales y no lineales, simulación de impactos, problemas de contacto entre sólidos, térmicos, acoplamientos acústicos-estructurales, hasta mecánica de fluidos entre otros.

Para la resolución completa de los problemas en el software Abaqus, es necesario la utilización de cuatro módulos:

Abaqus/Standard, este módulo de Abaqus sirve para la resolución de todo tipo de problemas, excepto, los problemas dinámicos.

Abaqus/Explicit, basado en la resolución de problemas dinámicos, aunque también puede ser usado para cargas cuasi-estáticas, tiene un gran poder resolutivo para problemas con una carga computacional alta.

Abaqus/CAE, sirve para crear los modelos de los problemas de forma sencilla e intuitiva, permite desde crear la geometría de la pieza que será analizada y asignarle sus propiedades, hasta simular un mallado realizado por el usuario.

Abaqus/Viewer, sirve para la visualización de la solución de los problemas, una vez procesado se pueden analizar todos sus resultados.

La modelización de problemas solucionado por el método de elementos finitos, tienen dos formas de ser diseñados. La primera forma es, a partir de un archivo tipo INP, el cual se puede modificar como un archivo de texto, se va creando el código para posteriormente ser lanzado por el propio Abaqus para la resolución del problema o también puede ser lanzado por la propia consola del computador. La otra manera de solucionar el problema por elementos finitos es a partir de Abaqus/CAE, que es la forma convencional de realizarlo ya que es más intuitivo y más fácil de realizar.

### 3.2 Planteamiento del problema

El análisis teórico del problema nace de la necesidad de conocer donde se acumularán las mayores tensiones en la placa, para saber por dónde debe fracturarse la misma. Se parte del siguiente modelo:

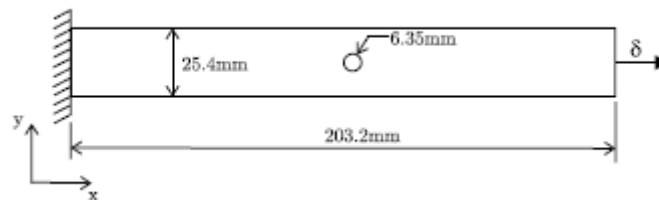


Ilustración 27 Placa epoxi-carbono.

Como se puede ver en la ilustración 27, es una placa plana con un agujero centrado en la misma. En uno de sus extremos esta empotrada, por lo tanto, tiene restringidos todos sus movimientos ( $U_x = 0$ ,  $U_y = 0$ ,  $\theta = 0$ ) y en el otro extremo se aplica un desplazamiento de 33.33 mm/s.

Lo primero que se debe conocer son las hipótesis a partir de las cuales se realiza el modelo:

- Material isótropo.
- Comportamiento elástico lineal.
- Dominio plano.
- Cargas uniformes en los extremos

A partir de estas hipótesis, se realizará un estudio, que servirá para decidir que direcciones de mallado se utilizarán durante el análisis del modelo.

Se sabe que, las mayores tensiones se acumularán en la zona donde se encuentra el agujero, por lo tanto, es necesario conocer cómo se distribuyen las tensiones alrededor del agujero. Se parte del principio de Saint-Venant, el cual nos dice que la tensión aplicada debe estar lo suficientemente lejos del agujero como para tener reguladas las cargas en su contorno.

La función en ausencia de fuerzas de volumen en coordenadas polares es conocida la función de Airy:

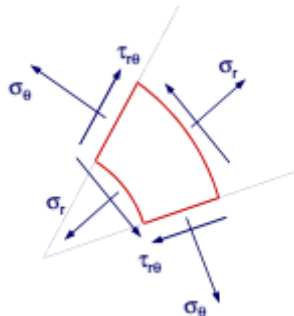


Ilustración 28 Representación coordenadas polares

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)$$

$$\nabla^4 \phi = 0$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

$$\nabla = \left( \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

Partiendo de estas ecuaciones podemos encontrar un modelo que se ajusta al de una placa plana con un agujero centrado, en el cual obtenemos las tensiones en coordenadas polares partiendo de la tensión aplicada:

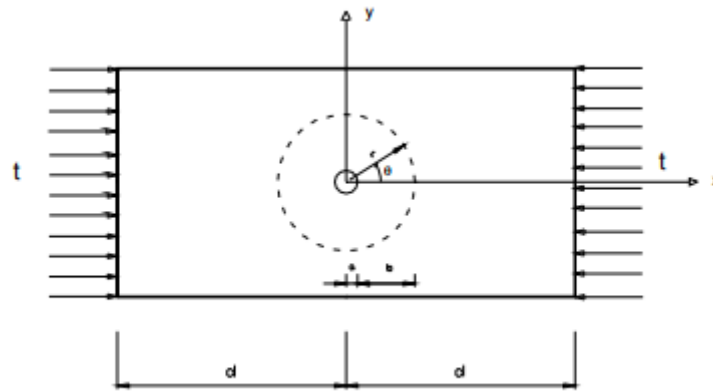


Ilustración 29 Placa con agujero sometida a compresión

$$\sigma_r = \frac{t}{2} \cdot [1 - \lambda^2 + (1 + 3 \cdot \lambda^4 - 4 \cdot \lambda^2) \cdot \cos(2\theta)]$$

$$\sigma_\theta = \frac{t}{2} \cdot [1 + \lambda^2 - (1 + 3 \cdot \lambda^4) \cdot \cos(2\theta)]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{t}{2} \cdot [1 - 3 \cdot \lambda^4 + 2 \cdot \lambda^2] \cdot \sin(2\theta)$$

Si evaluamos en el perímetro del agujero ( $0, 2\pi$ ) por tanto sabemos que:

$$\sigma_r = 0$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_\theta = t \cdot [1 - 2 \cdot \cos(2 \cdot \theta)]$$

Donde  $t$  es la tensión plana antes de cambiar a coordenadas polares y  $\theta$  es el ángulo en función del agujero. Por lo que se puede ver que la distribución de tensiones será en función del ángulo del agujero:

Ángulo	Tensión	Ángulo	Tensión
0	-1t	195	-0.732050808t
15	-0.732050808t	210	0t
30	0	225	1t
45	1t	240	2t
60	2t	255	2.732050808t
75	2.732050808t	270	3t
90	3t	285	2.732050808t
105	2.732050808t	300	2t
120	2t	315	1t
135	1t	330	1.77636E-15t
150	0	345	-0.732050808t
165	-0.732050808t	360	-1t
180	-1t		

Tabla 3 Valores de la tensión en función del ángulo

Los valores de la Tabla 3 son siempre en función de  $t$ , que es la tensión plana aplicada sobre la placa, que debe ser un valor constante para cualquier ángulo.

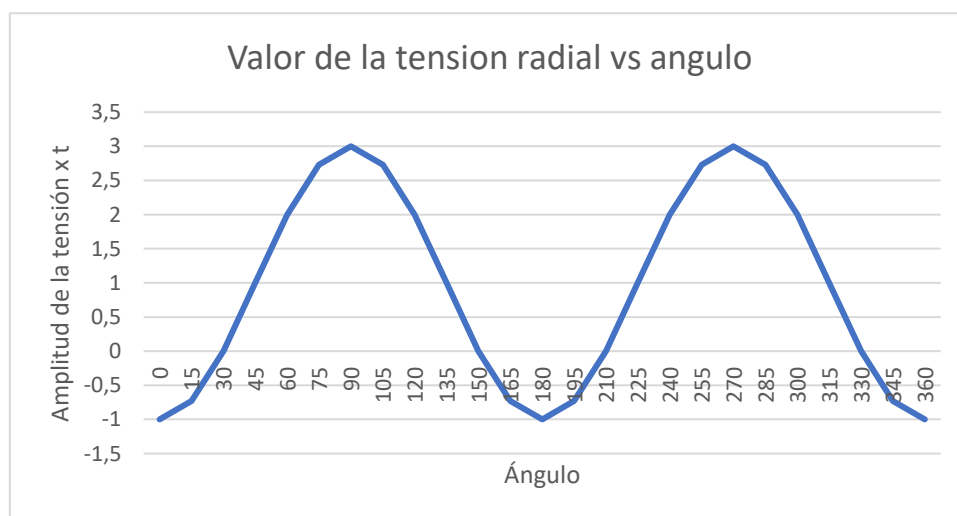
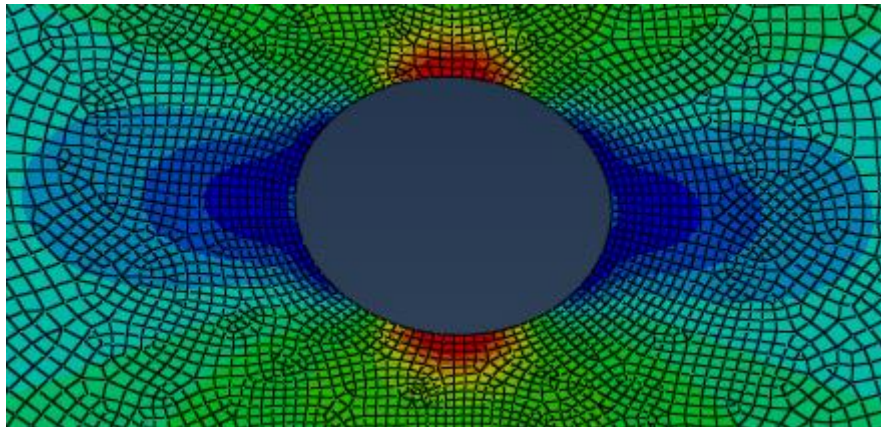


Ilustración 30 Gráfica del valor de la tensión en función del ángulo.

Por lo tanto, se puede ver como la distribución de tensiones es máxima en 90 y 270 grados, que son los puntos superior e inferior del agujero, esto quiere decir que, si las tensiones son máximas en estos puntos, serán las zonas por donde se debe propagar la fisura.

Esto que se acaba de analizar en el modelo matemático, también es realizable con un análisis numérico, donde se puede ver claramente cuáles son los puntos donde se concentran las tensiones en la placa:



*Ilustración 31 Distribución de la tensión en las zonas cercanas al agujero*

Una vez analizado la distribución de tensiones a lo largo del agujero y sabiendo cuales son los puntos con mayor probabilidad de rotura se pasa a crear el modelo numérico en el software Abaqus.

### 3.3 Modelos numéricos creados

En el presente proyecto, para conseguir una validez y unos resultados precisos y consistentes se ha decidido crear tres modelos con diferentes secuencias de apilamiento para ver si se ajustan realmente al modelo experimental de Tan en 1991 [9], los modelos creados han sido los siguientes:

Modelo	Secuencia de apilamiento
Laminado 1	$[0/(\pm 45)_3/(90)_3]_s$
Laminado 2	$[0/(\pm 45)_2/(90)_5]_s$
Laminado 3	$[0/\pm 45/(90)_7]_s$

Tabla 4 Secuencias de apilamiento

Todos los modelos están creados con el mismo material y las mismas condiciones de carga, la única diferencia entre unos modelos y otros será la secuencia de apilamiento y el mallado utilizado.

Como se puede ver en la tabla 4, cada modelo tiene una secuencia de apilamiento diferente, estas variaciones en las secuencias propiciarán que la placa sea capaz de soportar una carga superior o inferior.

### 3.4 Modelización de la placa

#### 3.4.1 Geometría

Lo primero que se debe hacer es, definir la geometría de la placa sobre la cual se va a aplicar un desplazamiento. Para ello se deben tener en cuenta que el agujero debe estar lo suficientemente lejos de los extremos para que la distribución de las tensiones sea la óptima y que se está trabajando en tensión plana (Shell). Las dimensiones de la placa son las siguientes:

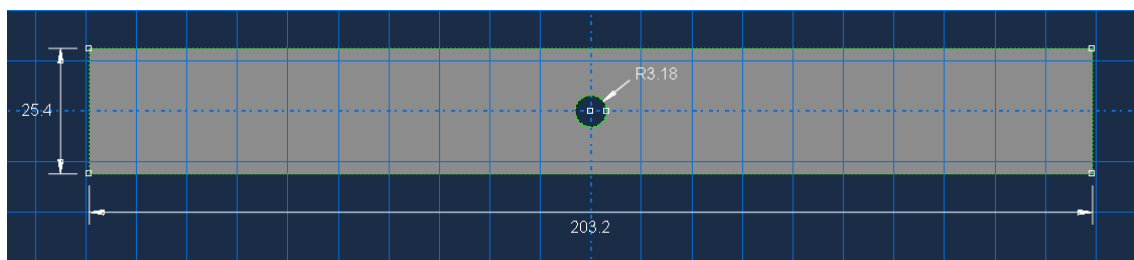


Ilustración 32 Dimensiones del modelo



En la ilustración 32 se puede comprobar que el tamaño del agujero es suficientemente pequeño y está a una distancia apropiada de los extremos como para asegurar que se cumple el teorema de Saint Venant.

### 3.4.2 Propiedades del material

Una vez obtenida la geometría de la placa con el agujero en el centro de la misma, se debe definir el material. En este caso se está trabajando con un material compuesto, en concreto una matriz de epoxi reforzada con fibras de carbono (T300/1043-C). Las propiedades tomadas para la realización de este modelo son las mismas que tiene el modelo experimental de Tan [9].

<b>Propiedades:</b>
<b>Densidad (<math>Kg/m^3</math>) 1.750,000</b>
<b>Módulo de Young <math>E_a</math> (GPa) 146,800</b>
<b>Módulo de Young <math>E_b</math> (GPa) 11,400</b>
<b>Módulo de Young <math>E_c</math> (GPa) 11,400</b>
<b>Coefficiente de Poisson <math>\nu_{ba}</math> 0,023</b>
<b>Coefficiente de Poisson <math>\nu_{ca}</math> 0,023</b>
<b>Coefficiente de Poisson <math>\nu_{cb}</math> 0,400</b>
<b>Módulo a cortante <math>G_{ab}</math> (GPa) 6,100</b>
<b>Resistencia longitudinal a compresión <math>X_c</math> (MPa) 1.379,000</b>
<b>Resistencia longitudinal a tracción <math>X_t</math> (MPa) 1.730,000</b>
<b>Resistencia transversal a compresión <math>Y_c</math> (MPa) 268,200</b>
<b>Resistencia transversal a tracción <math>Y_t</math> (MPa) 66,500</b>
<b>Resistencia longitudinal a cortante <math>S_L</math> (MPa) 58,700</b>
<b>Resistencia transversal a compresión <math>Y_c</math> (MPa) 268,200</b>

Tabla 5 Propiedades material Epoxi-Carbono

Como es un material compuesto, es necesario introducir estos parámetros en cada una de las láminas, para ello, las propiedades deben ser Elastic-Lamina. Por otro lado, se quiere analizar la rotura del material compuesto, para ello Abaqus propone utilizar el criterio de Hashin, que como ya se explicó anteriormente se basa en las siguientes ecuaciones:

MODE I: fiber tension

MODE III: matrix tension

$$f_I = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left( \frac{\hat{\sigma}_{12}}{S^L} \right)^2, \quad \text{where } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (1)$$

$$f_{III} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left( \frac{\hat{\sigma}_{12}}{S^L} \right)^2$$

MODE II: fiber compression

MODE IV: matrix compression

$$f_{II} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^C} \right)^2 \quad (2)$$

$$f_{IV} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[ \left( \frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^C} + \left( \frac{\hat{\sigma}_{12}}{S^L} \right)^2$$

$S^L, S^T, X^T, X^C, Y^T, Y^C$  – material strengths

Cuando alguna de las 4 ecuaciones alcanza el valor de 1, quiere decir que, se ha alcanzado el inicio del daño del modelo. Cuando se llega a ese punto empieza la degradación del material siguiendo la siguiente ley de daño, véase en la ilustración 33.

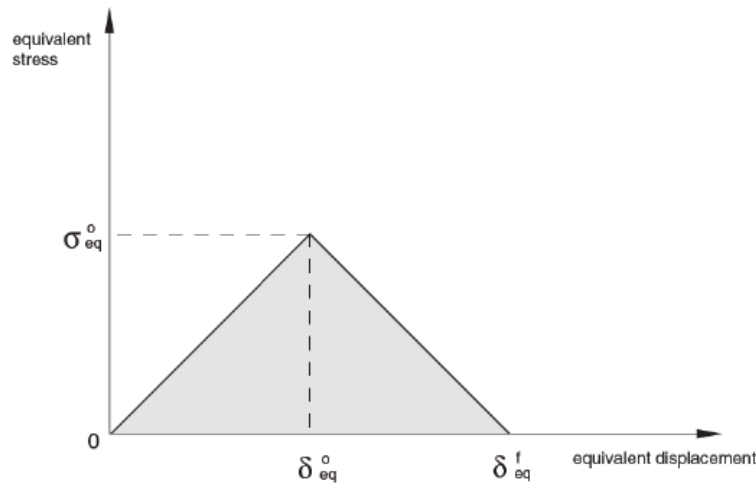


Ilustración 33 Gráfica ley de daño del modelo de Hashin

La ley de daño utilizada para este modelo es una ley de daño lineal, para que se pueda ver esta evolución del daño, es necesario alimentar el programa con los valores de las energías de fractura del material:

<b>Energías de Fractura</b>	
<b>Energía crítica de fractura longitudinal por compresión</b>	$G_{a-}$ (N/mm) 78,270
<b>Energía crítica de fractura longitudinal por tracción</b>	$G_{a+}$ (N/mm) 89,830
<b>Energía crítica de fractura por cortante</b>	$G_0$ (N/mm) 0,460
<b>Energía crítica de fractura transversal por compresión</b>	$G_{b-}$ (N/mm) 0,760
<b>Energía crítica de fractura transversal por tracción</b>	$G_{b+}$ (N/mm) 0,230

Tabla 6 Valores de las propiedades de daño del material

Una vez definidas las propiedades de cada lamina del material compuesto, es necesario definir el apilamiento de las mismas, en este caso, la secuencia de apilamiento utilizada para el modelo 1 es,  $[0/(\pm 45)_3/(90)_3]_s$ , en la ilustración 34 se puede ver esta secuencia de apilamiento y el grosor de cada una de estas laminas, que es de 0.1308 mm.

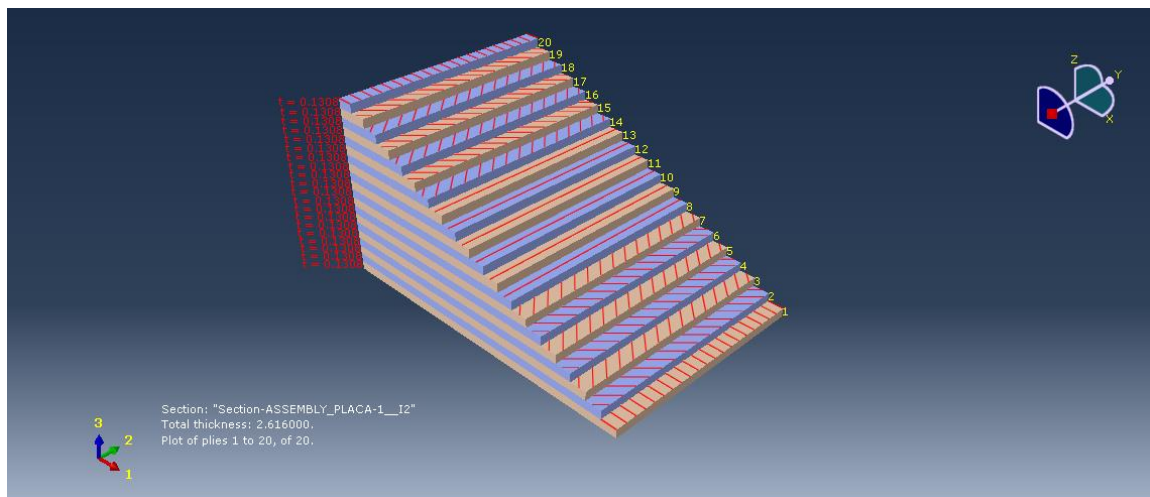
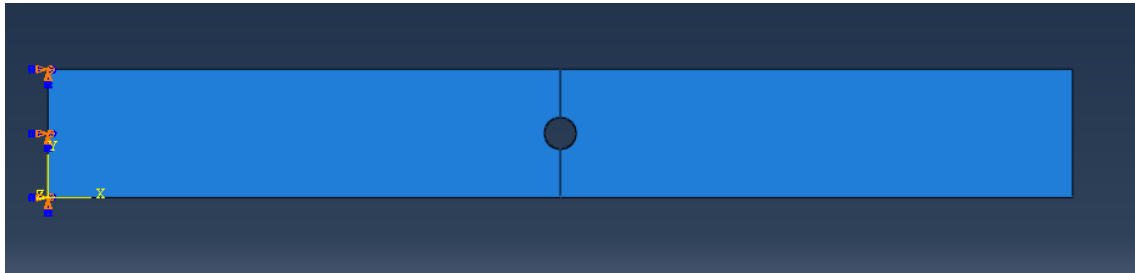


Ilustración 34 Secuencia de apilamiento 1

### 3.4.3 Cargas de contorno

Una vez definidas tanto la geometría como las propiedades del material, es necesario aplicarle las condiciones de contorno, en este caso la placa estará sometida a un empotramiento o encastre en su extremo izquierdo, esto es visible en la ilustración 35:



*Ilustración 35 Placa sometida a empotramiento*

Por otro lado, para que la placa este sometida a una tensión, se le aplicará un desplazamiento de 2000 mm/min sobre el extremo derecho, esta carga estará repartida de forma uniforme, como queda reflejado en la ilustración 36:



*Ilustración 36 Placa sometida a desplazamiento horizontal*

La aplicación de este desplazamiento sobre la placa se realiza de forma diferente a lo habitual, ya que se está trabajando en Abaqus Explicit, que permite aplicar cargas dinámicas sobre los modelos:

Amplitud	Desplazamiento (mm/min)
0	0
1	33.33

Tabla 7 Valores de la amplitud del desplazamiento en Abaqus Explicit

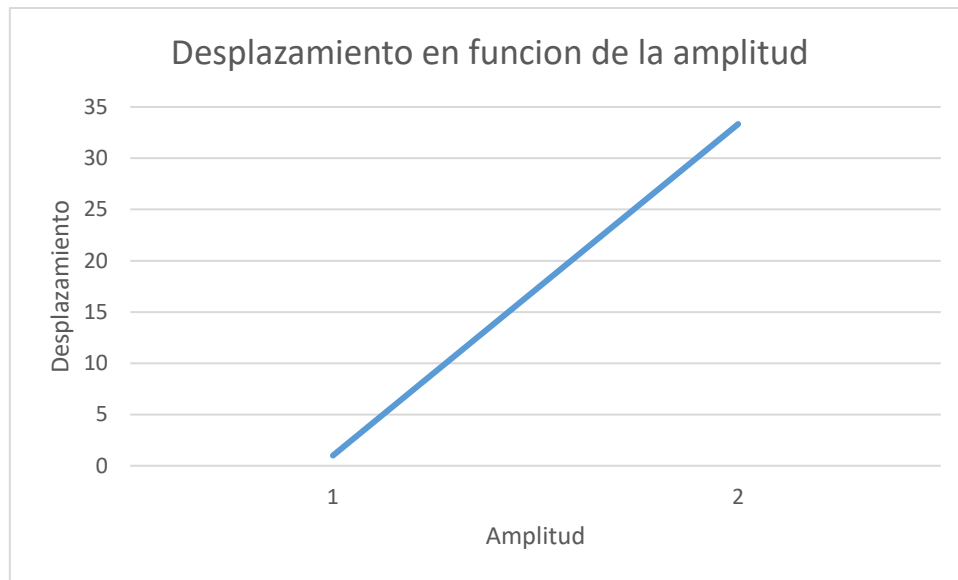


Ilustración 37 Gráfica de los valores de la amplitud del desplazamiento

Como se puede ver en la ilustración 37, se ha aplicado una carga distribuida y uniforme sobre el extremo derecho de valor creciente partiendo de 0 hasta 33.33mm/s.

#### 3.4.4 Step

Una vez decidido la carga aplicada sobre el modelo, es necesario establecer durante cuánto tiempo es necesario aplicar esta carga para que nuestra placa sea susceptible a fractura. Es necesario aplicar un tiempo no muy superior al necesario debido a los altos tiempos de computación necesarios para simular el modelo. Para conocer el tiempo que tardará en fracturar la placa se realizan los siguientes cálculos:

$$\Delta L(\text{desplazamiento}) = 33.33t \text{ mm/s}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o} = \frac{33.33t}{302.2} = 0.164t$$

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = 0.164t \cdot 11.4 \times 10^9 = 1.869 \times 10^9 t$$

$$\sigma = \sigma_{rot}$$

$$1.869 \times 10^9 t = 66.5 \times 10^6$$

$$t = 0.0355s$$

$$t_{tomado} = 0.055s$$

Se toma un tiempo superior al conseguido a partir de las ecuaciones para asegurar la fractura de la placa y poder analizar lo que ocurre una vez comienza a fracturarse la misma.

Una vez conocido el tiempo necesario para que se produzca la fractura, se deben elegir que variables son de interés y cuáles no a partir del field output, en este caso se han elegido las siguientes variables en cada una de las láminas a partir de los section point asignados a cada uno:

Variable	Definición
Stresses	S, SVAVG
Strains	PE, PEVAVG, PEEQ, PEEQVAVG, LE
Displacement/velocity/acceleration	U
Failure/fracture	DAMAGEC, DAMAGET, DAMAGEFC, DAMAGEFT, DAMAGEMC, DAMAGEMT, DAMAGESHR,
State/field/user/time	STATUS
Energy	ENER, ELEN, ELEDEN, EDCDEN, EDT.

Tabla 8 Variables field output

### 3.4.5 Mallados

Una vez definido el modelo, el siguiente paso es realizar los mallados correspondientes. En esta ocasión, se han elegido dos mallados para la realización de este trabajo con la intención de analizar la sensibilidad del mallado, para ello se realizarán un mallado a 0 grados y un segundo a 45 grados, para ver las variaciones que se producen entre ambos y si existe influencia en la fractura debido a los cambios efectuados en la dirección del mallado.

Para la elección de estas dos mallas, se ha tenido en cuenta el estudio inicial de este apartado, que nos decía que, las mayores concentraciones de tensiones se encontrarán en la zona inferior y superior del agujero. Asíque partiendo de esa base teórica, se han decidido realizar los dos siguientes mallados en Abaqus.

Lo primero que se debe hacer al realizar un estudio de la sensibilidad del mallado, es calcular el tamaño crítico del elemento. El tamaño crítico del elemento es el tamaño máximo que puede tener cada elemento sin que se produzca el fenómeno de snap back.

También conocido como, trayectoria de equilibrio de rebote hacia atrás, se produce cuando, la energía absorbida por unidad de área en el proceso de carga en régimen elástico es mayor que la energía de fractura.

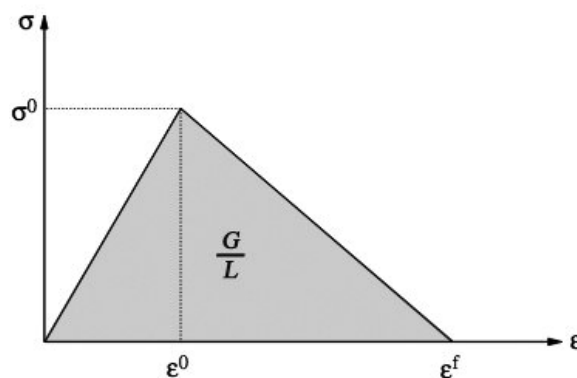


Ilustración 38 Gráfica tensión-deformación snapback

El fenómeno del snap back se produciría si en la ilustración 38, la deformación final no fuese superior de la deformación en el punto de fractura.

Por tanto, se debe conocer cuál es el tamaño critico necesario para que no se produzca este fenómeno [8]:

$$Area = \frac{1}{2} \cdot base \cdot altura$$

$$\frac{G}{L} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_f \cdot \sigma_o$$

$$\varepsilon_o = \frac{\sigma_o}{E}$$

$$\varepsilon_o \leq \varepsilon_f$$

$$L \leq \frac{2 \cdot E \cdot G}{\sigma_o^2}$$

Con los datos expuestos en las tablas 5 y 6, se obtiene que el tamaño crítico del elemento para que no se produzca el efecto de snap back, es de 0,24mm.

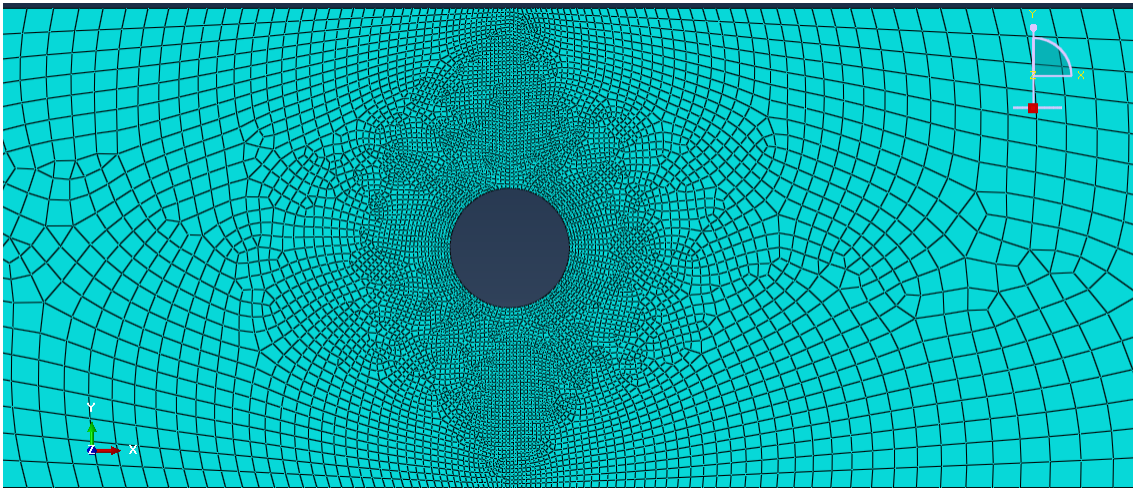
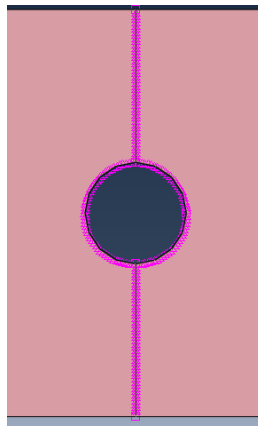


Ilustración 39 Mallado 0 grados

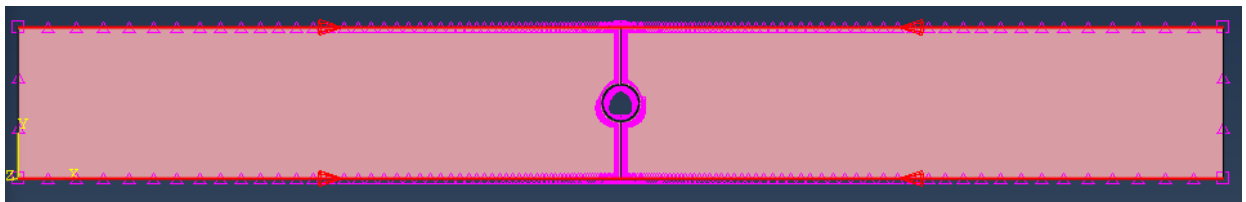


Primeramente, como se puede ver en la ilustración 39, se ha realizado un mallado a 0 grados, es decir, la malla está orientada a 0 grados en la parte superior e inferior del agujero, de forma que, la fisura debería propagarse por esta zona.

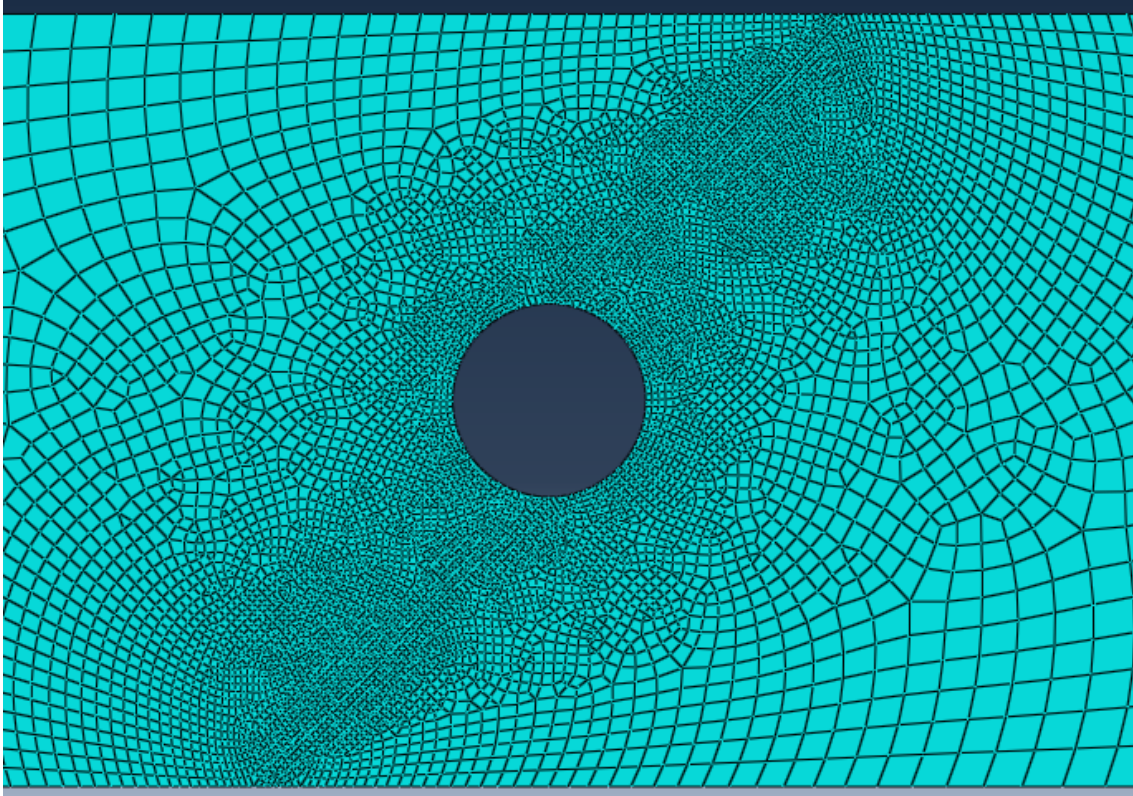
Para la consecución de este mallado, se han definido seeds de 0,2 mm en todas las zonas que aparecen en la ilustración 40, de esta forma, la zona por la que se debe propagar la fisura siempre cumple el tamaño crítico del elemento, mientras que según se aleja hacia los extremos, si ha introducido un bias que aumenta desde 0,2mm hasta 5 mm de manera lineal, se puede ver este efecto en la ilustración 41, este aumento del tamaño del elemento es necesario para que el tiempo de cálculo no sea excesivamente elevado.



*Ilustración 40 Seeds mallado 0 grados*



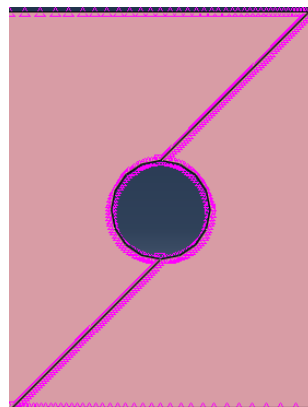
*Ilustración 41 Bias aplicado mallado 0 grados*



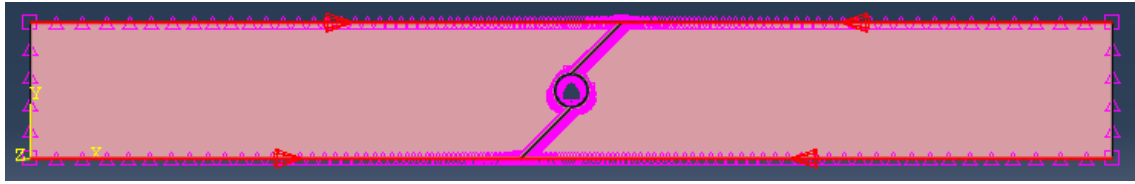
*Ilustración 42 Mallado 45 grados*

Por otro lado, se encuentra un segundo mallado a 45 grados, se realiza este mallado para ver si la fractura del material se propaga de forma que sigue el mallado utilizado o, por el contrario, la fractura continúa siendo perpendicular a la carga aplicada.

Como en el mallado de 0 grados, se malla la zona propicia a la fractura a 0,2 mm y según se aleja del centro, a partir de un bias se aumenta el tamaño de los elementos.



*Ilustración 43 Seeds mallado 45 grados.*



*Ilustración 44 Bias aplicado mallado 45 grados.*

Para la consecución de un mallado estructurado, en el cual los elementos tomen las formas que se requieren, es necesario realizar un mallado libre, ya que si se intenta forzar al mallado a que solo tenga elementos cuadrados se provocan cambios en la geometría perjudiciales para el mallado final.

Una vez conseguido dos mallados con un tamaño del elemento válido para que no se produzca el fenómeno del snap-back, se deben comparar el número de elementos en ambos mallados, en el modelo de 0 grados hay 7883 elementos, mientras que en el modelo de 45 grados hay 8410 elementos, lo que permite asumir que todas las diferencias existentes entre ambos modelos serán debido a las variaciones de orientación del mallado.

## 4. Validación y resultados

A lo largo de este apartado se llevará a cabo la validación del modelo y posteriormente un análisis de los resultados del modelo numérico creado en el software Abaqus, para ello el apartado se dividirá en dos partes.

Para la validación del modelo, se han creado 3 secuencias de apilamiento que se pueden ver en la tabla 4, que deben ser comparados con el modelo experimental de Tan (1991) [9] y analizar las diferencias entre ellos, si los resultados de los modelos numéricos concuerdan con los experimentales obtenidos, se podrá asumir la validez de los modelos numéricos.

Una vez asumida la validez de los modelos, se deberá comparar los resultados en función de las variaciones en la dirección del mallado, para ver si se producen grandes diferencias en los resultados, únicamente variando este parámetro.

### 4.1 Análisis del proceso de fractura y validación del modelo

Primeramente, antes de llevar a cabo la validación del modelo, se realizará un análisis del proceso de fractura en uno de los laminados posibles. En este caso se ha elegido la secuencia de laminado 1 de la tabla 4, cualquiera de los laminados tiene unos resultados muy similares. Además, el mallado usado para el análisis del proceso de fractura, será el de la ilustración 39, que es un mallado a 0 grados.

Para llevar a cabo este análisis, se comenzará viendo el daño sufrido por las láminas según su orientación,  $0, \pm 45, 90$  grados, con ello se verá el daño que sufren las láminas según los 4 modos de fallos intralaminares, analizados anteriormente en el capítulo 2.2.



- Daño en las láminas a 0 grados previo a la fractura (Step time = 0.0467 s):

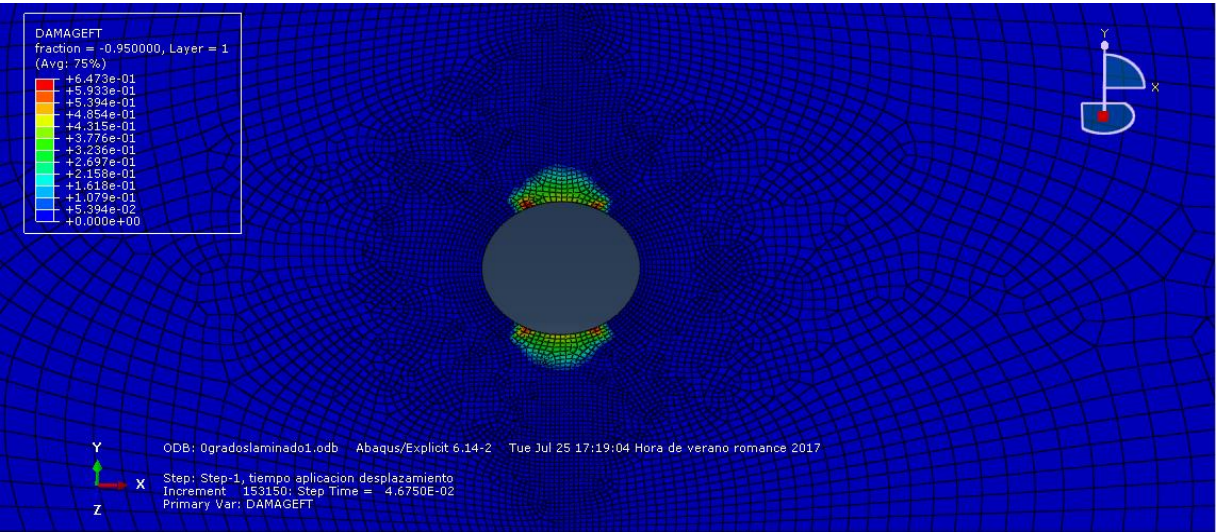


Ilustración 45 Daño de las fibras a tracción, lámina 0 grados.

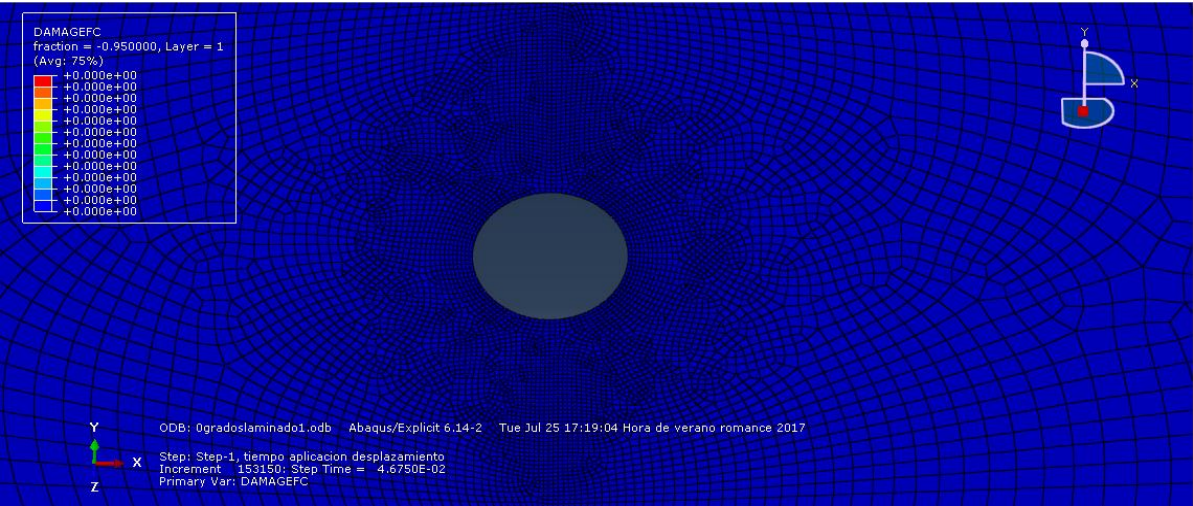


Ilustración 46 Daño de las fibras a compresión, lámina 0 grados

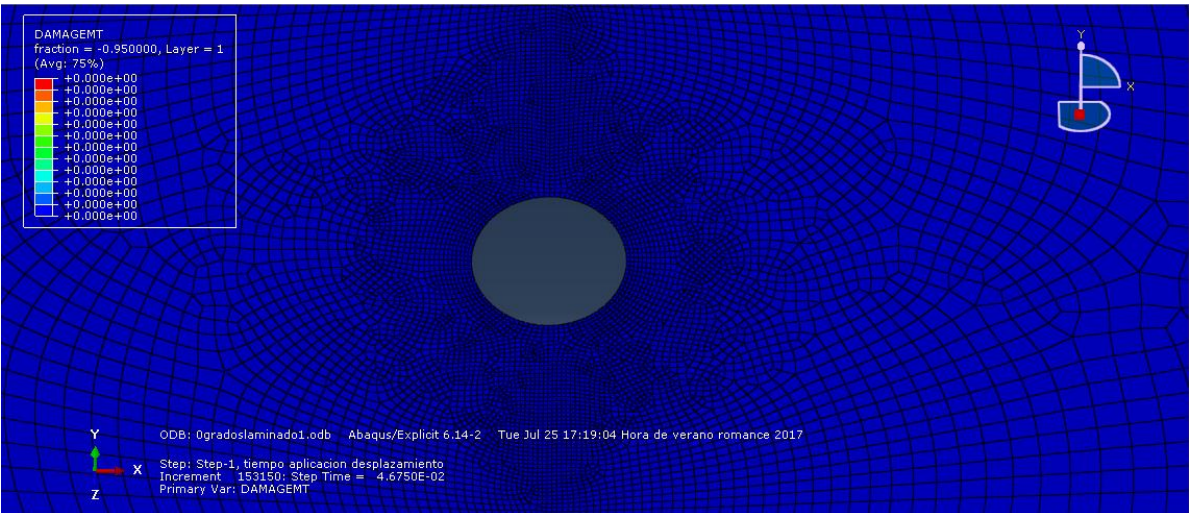


Ilustración 47 Daño de la matriz a tracción, lámina a 0 grados



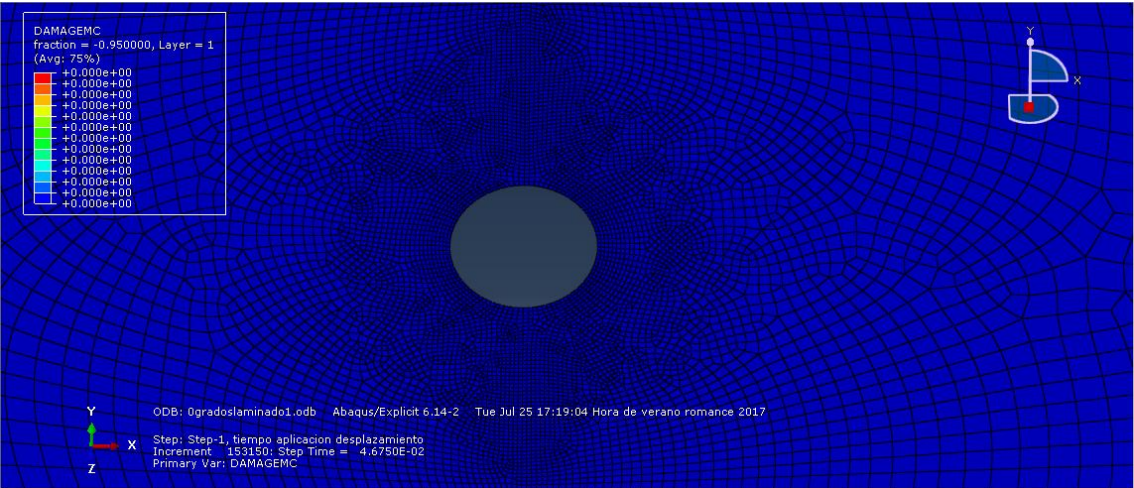


Ilustración 48 Daño de la matriz a compresión, lámina 0 grados

- Daño en las láminas a 45 grados previo a la fractura (Step time = 0.0467 s):

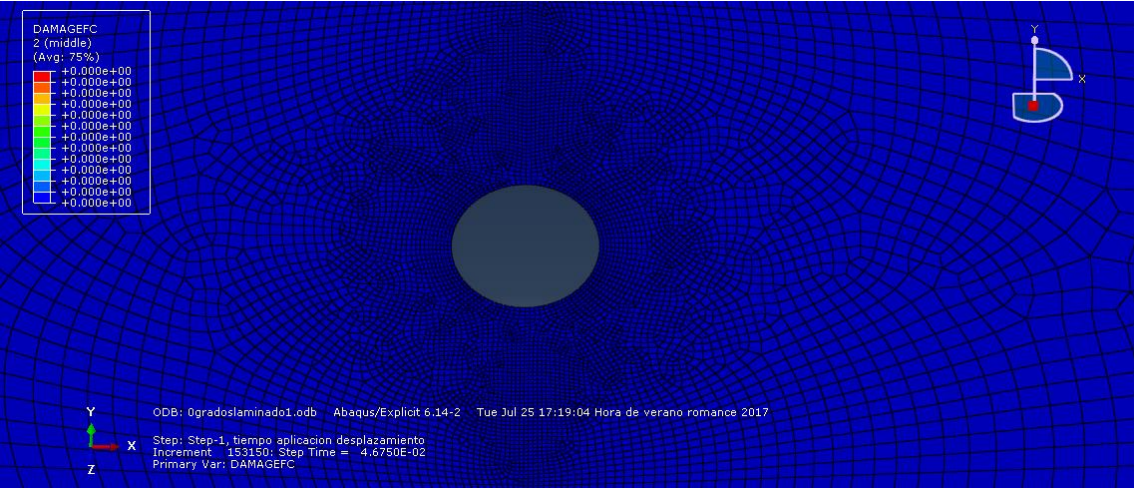


Ilustración 49 Daño de las fibras a compresión, lamina a 45 grados.

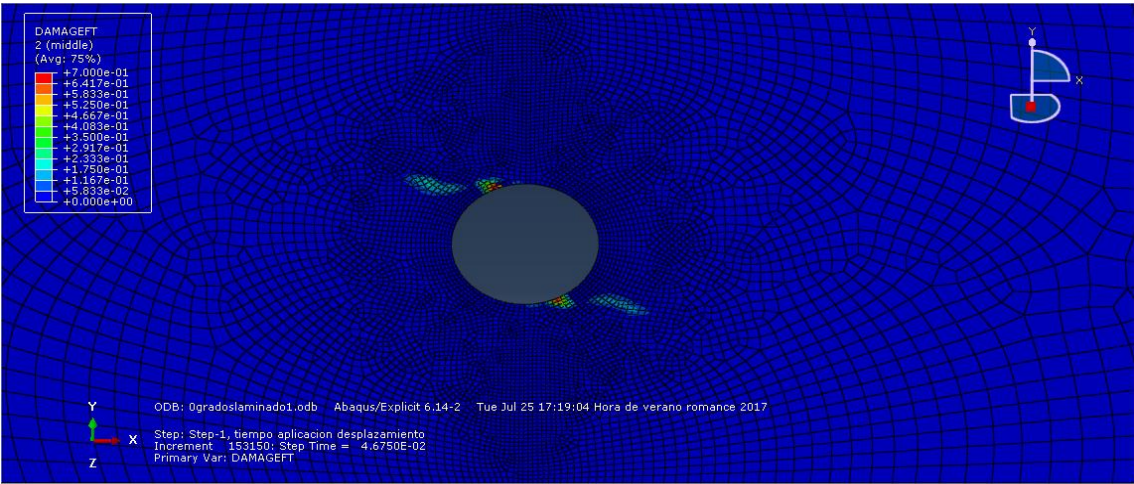


Ilustración 50 Daño de las fibras a tracción, lamina a 45 grados.



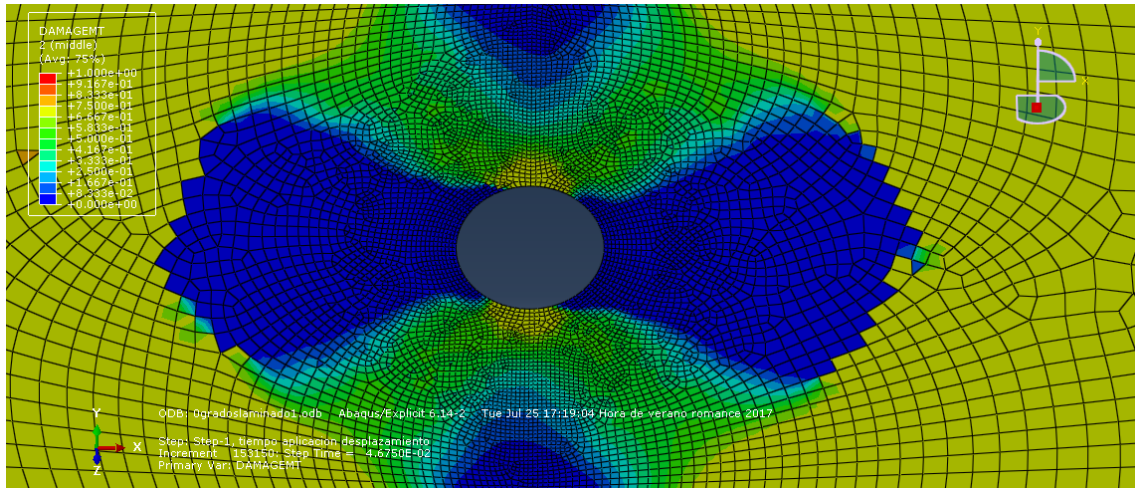


Ilustración 51 Daño de la matriz a tracción, lámina a 45 grados.

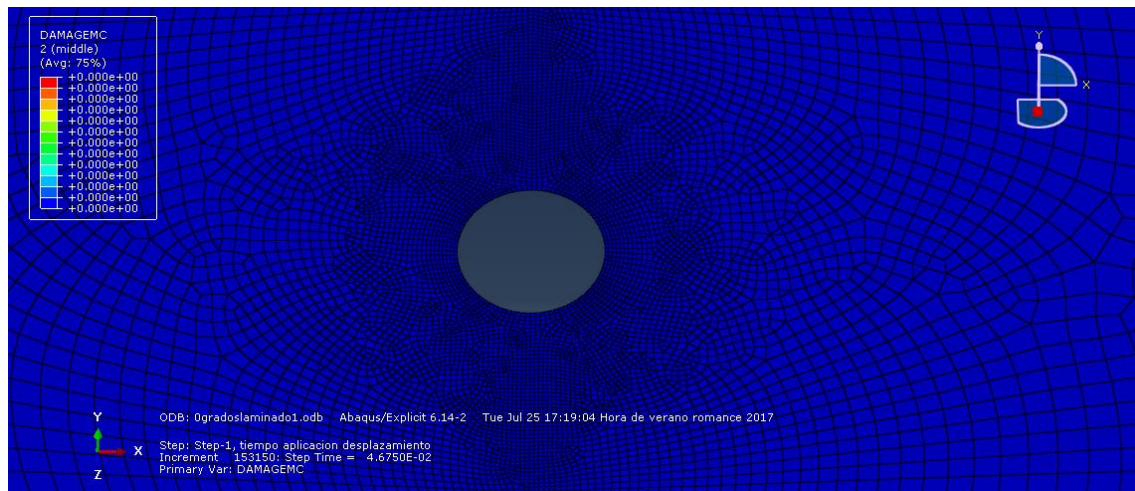


Ilustración 52 Daño de la matriz a compresión, lámina a 45 grados.

- Daño en las láminas a -45 grados previo a la fractura (Step time = 0.0467 s):

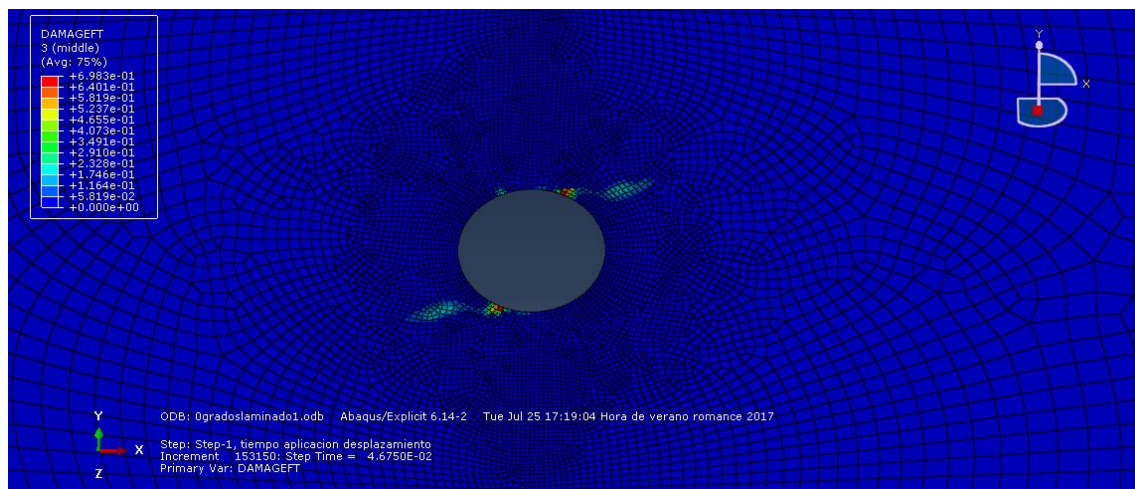


Ilustración 53 Daño de las fibras a tracción, lámina a -45 grados.



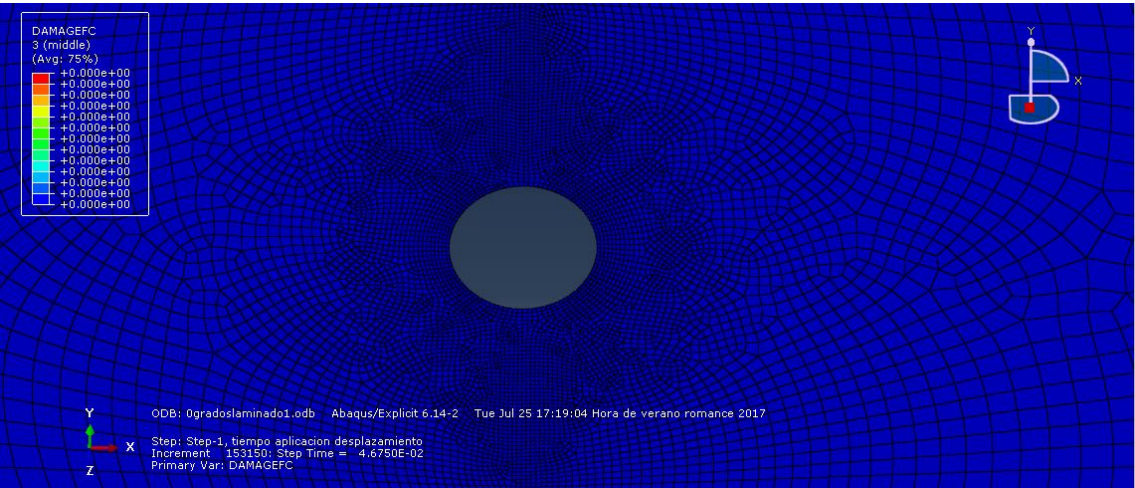


Ilustración 54 Daño de las fibras a compresión, lámina a -45 grados.

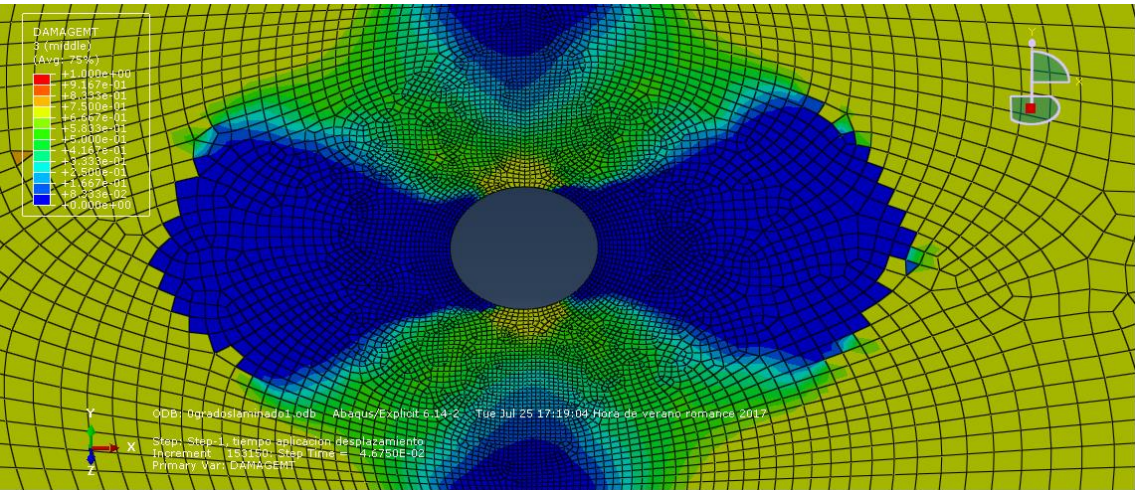


Ilustración 55 Daño de la matriz a tracción, lámina a -45 grados

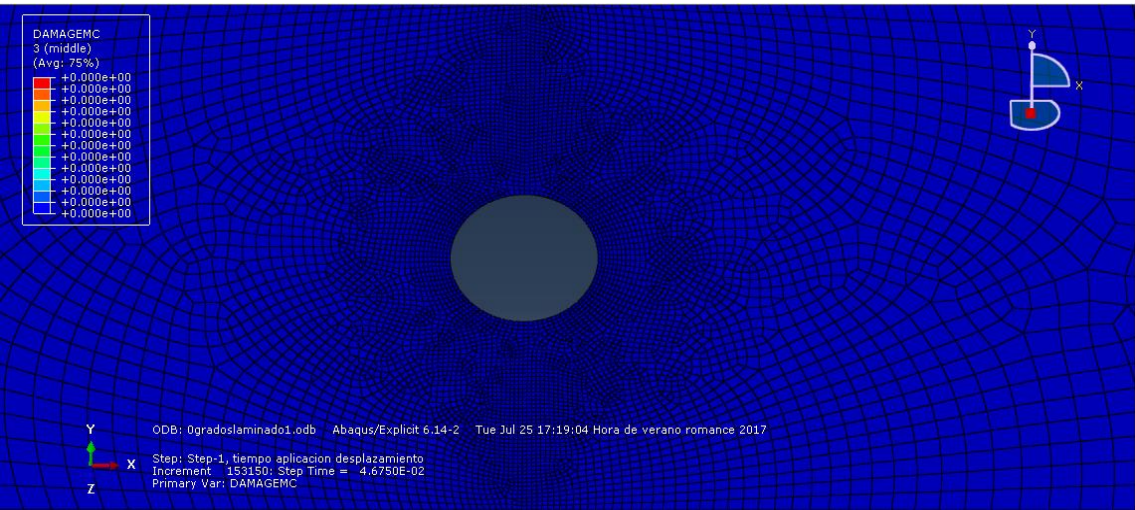


Ilustración 56 Daño de la matriz a compresión, láminas a -45 grados.



- Daño en las láminas a 90 grados previo a la fractura (Step time = 0.0467 s):

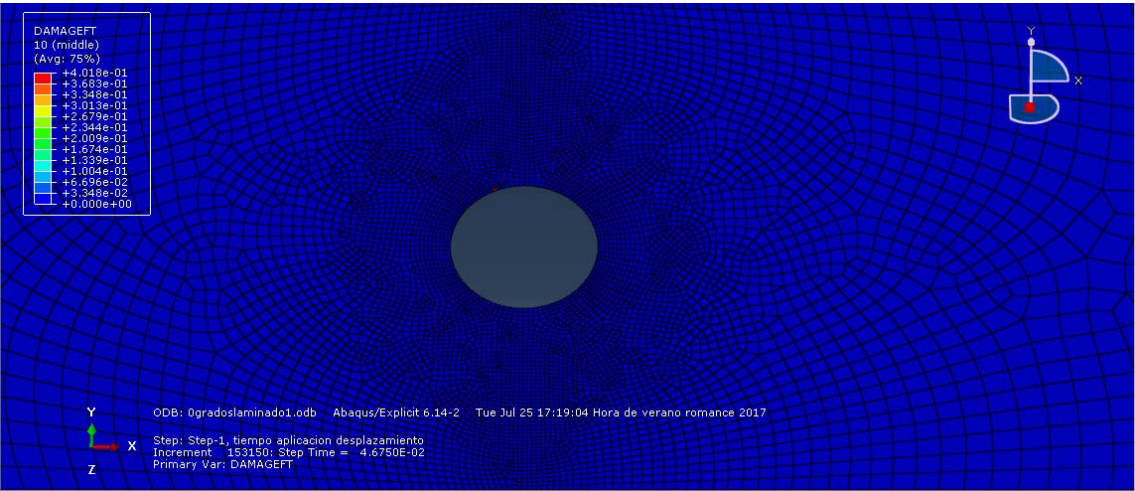


Ilustración 57 Daño de las fibras a tracción, lámina a 90 grados

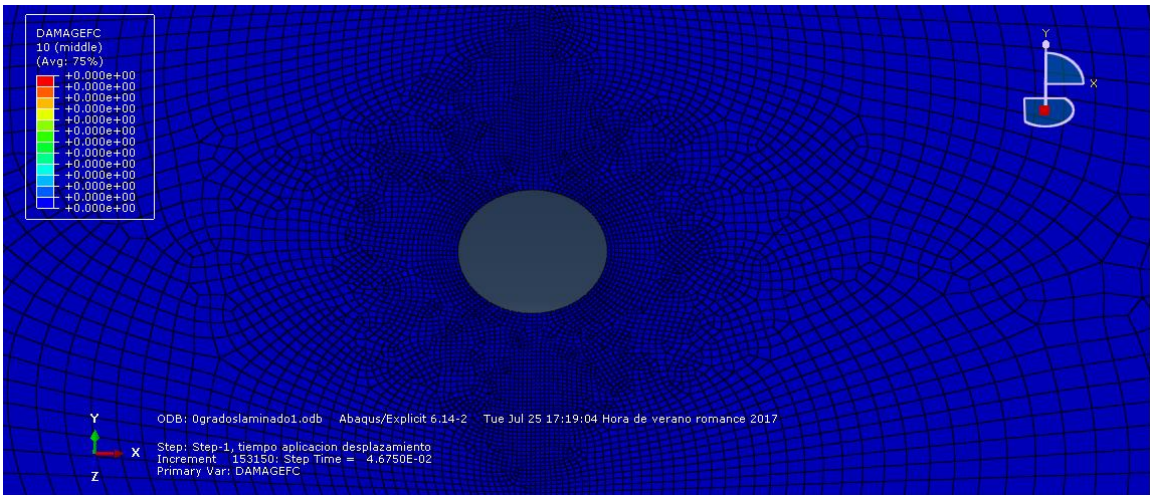


Ilustración 58 Daño de las fibras a compresión, lámina a 90 grados.

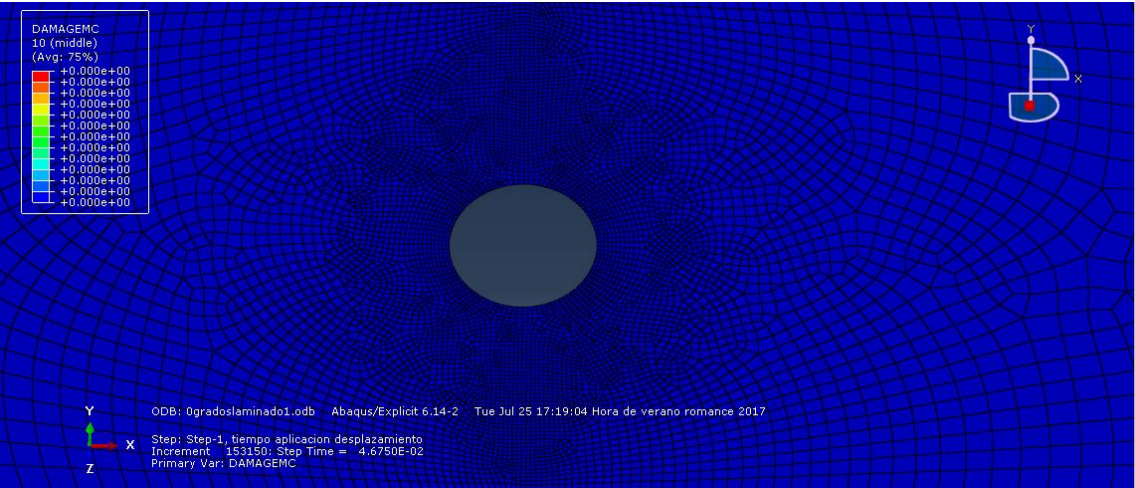


Ilustración 59 Daño de la matriz a compresión, lámina a 90 grados.



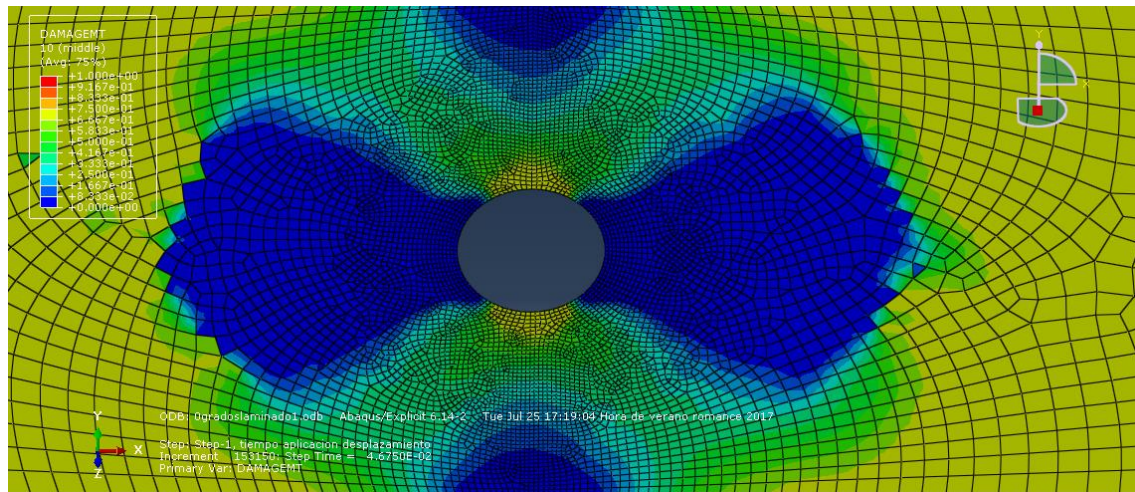
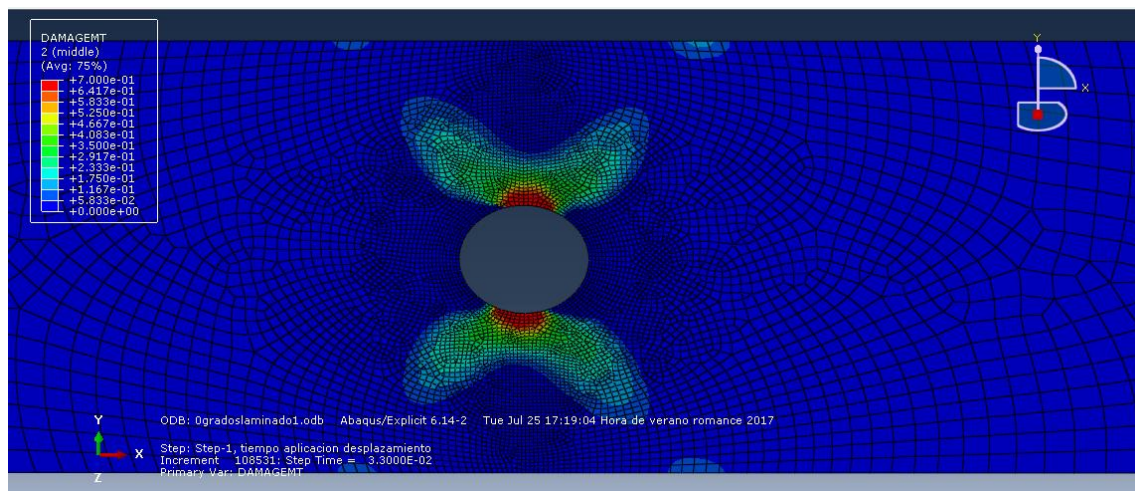


Ilustración 60 Daño de la matriz a tracción, lámina a 90 grados.

Como se puede ver en las ilustraciones anteriores, la placa a 0 grados sufre daño debido a las fibras a tracción y a la matriz a tracción, es algo que cabía esperar ya que, se está realizando una simulación en la cual se está provocando un alargamiento de la placa debido a un desplazamiento. Una vez visto que el modelo sufre daño debido a varios factores, se deben analizar en profundidad ambos:

- Matriz a tracción:

El modelo sufre daño de la matriz a tracción debido al desplazamiento aplicado sobre la placa, para ver con mayor claridad esto, se utilizarán una serie de ilustraciones donde se verá la progresión del daño sobre la placa:





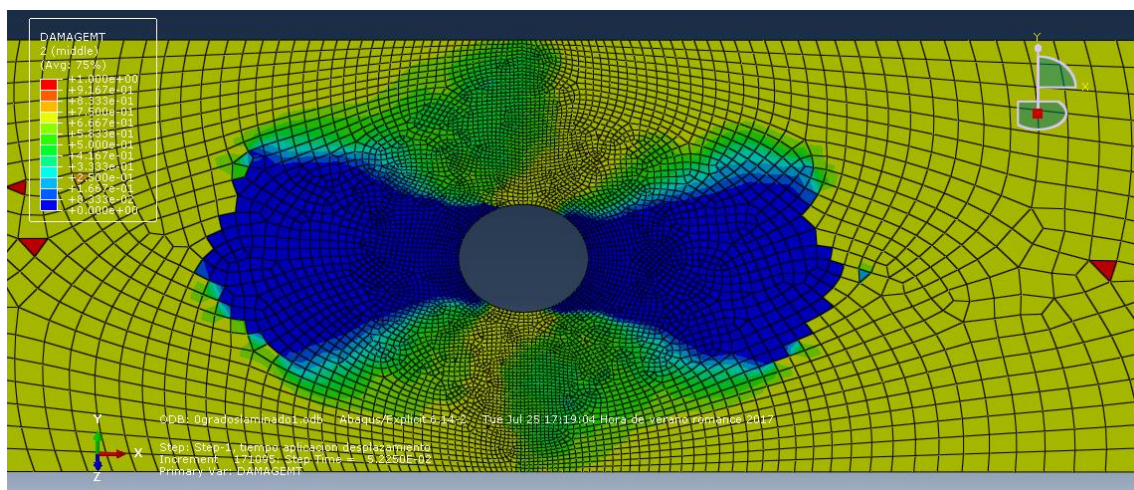
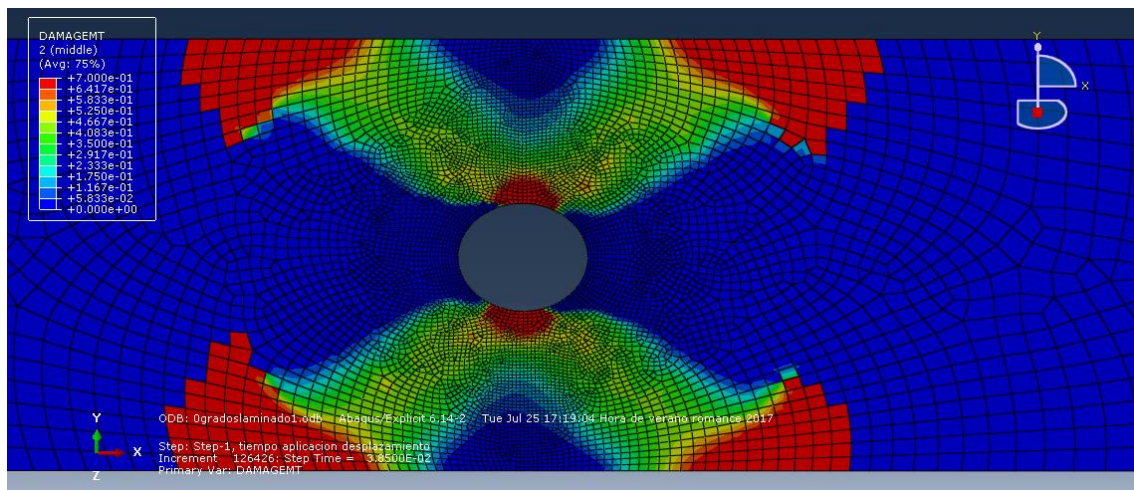
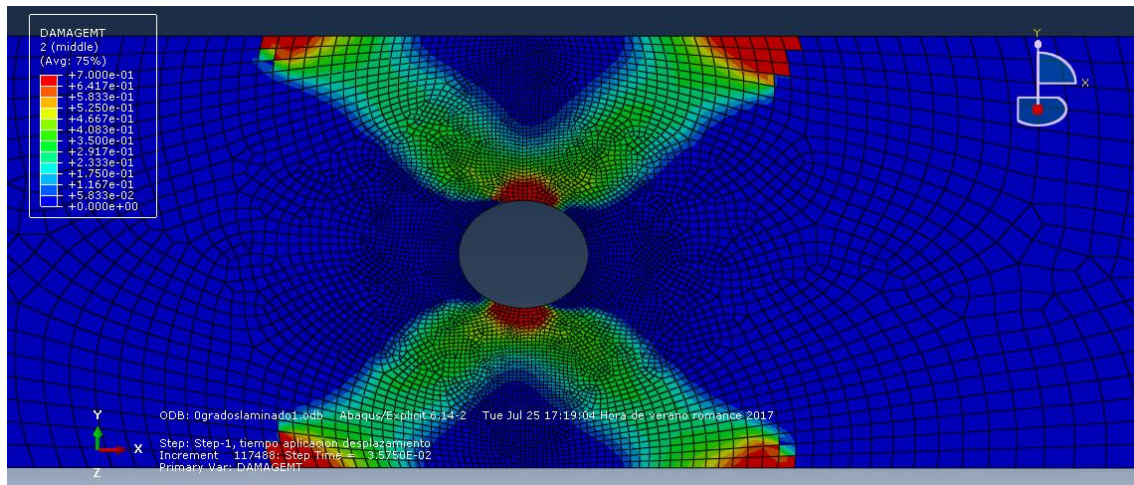


Ilustración 61 Evolución del daño a tracción en la matriz, mallado 0 grados, lámina a 45 grados.

El daño comienza en las zonas cercanas al agujero y se va propagando a toda la placa con el aumento del desplazamiento. El daño en la matriz se produce en las láminas orientadas a 45, -45 y 90 grados, mientras que a 0 grados la matriz no sufre daño, esto es debido a que las fibras orientadas a 0 grados acumulan toda la carga y la matriz no sufre daños hasta que no se llega a un punto muy cercano a la fractura.

Una vez analizado el proceso de fractura que sufre la placa debido al daño sufrido por la matriz sometida a tracción, se verá cómo evoluciona el daño en función de la fuerza aplicada sobre la placa en cada instante.

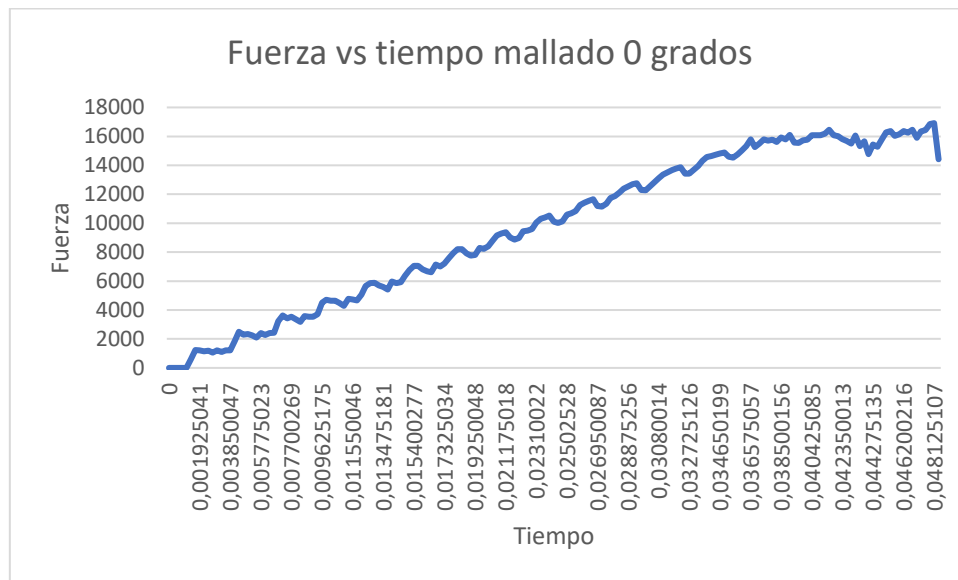


Ilustración 62 Gráfica fuerza vs tiempo mallado 0 grados.

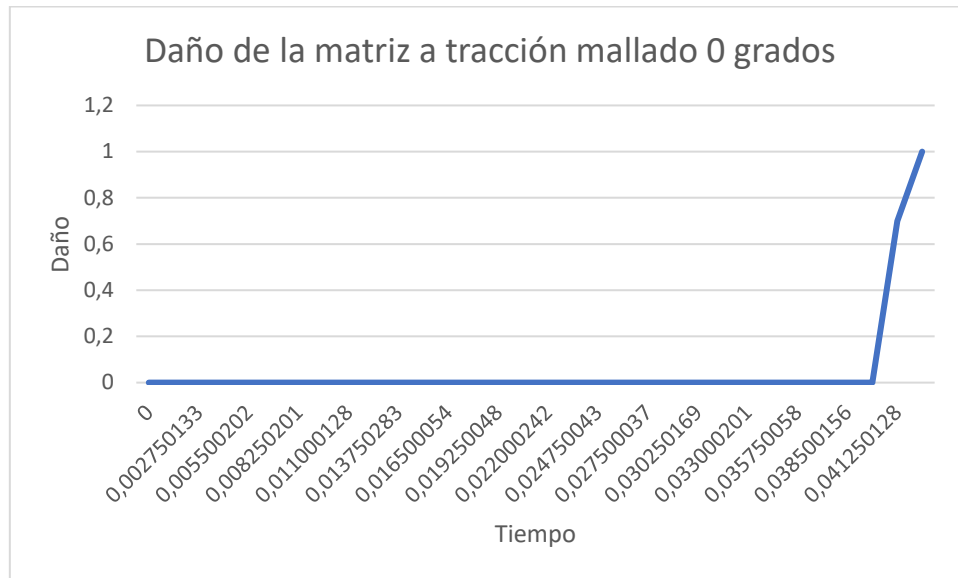


Ilustración 63 Gráfica daño matriz a tracción vs tiempo, mallado 0 grados

Como se puede ver en las gráficas de las ilustraciones 62 y 63, el daño sufrido por la matriz a tracción comienza cuando llegamos al límite elástico de nuestro material, en un tiempo en torno de 0.38 s, y alcanza su daño máximo en 0,41 s, durante este proceso es cuando nuestro material comienza a degradarse hasta llegar a su fractura.

- Fibras a tracción:

Como se puede observar en las ilustraciones 45, 50, 53 y 57, el daño que sufren las láminas depende de la orientación de las fibras. Las láminas orientadas a 0 grados sufren daño en zonas cercanas al agujero, con una inclinación en torno a 45 grados, véase la ilustración 64. Por otro lado, las láminas orientadas a 45 y -45 grados solo se dañan según la orientación de sus fibras, mientras que en las láminas de 90 grados no se aprecia daño en las mismas ya que no soportan carga.



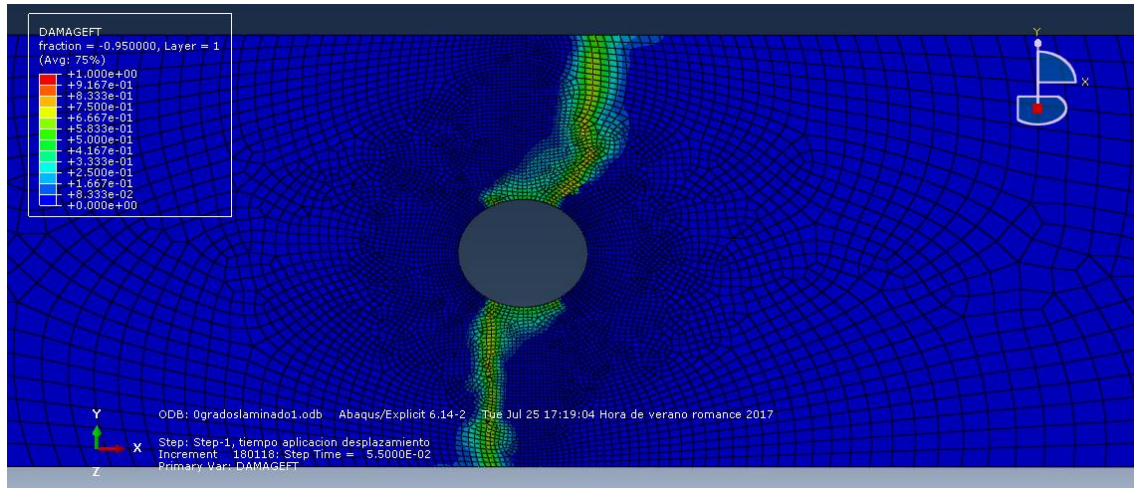


Ilustración 64 Daño de las fibras a tracción con mallado a 0 grados tras producirse la fractura, lámina a 0 grados.

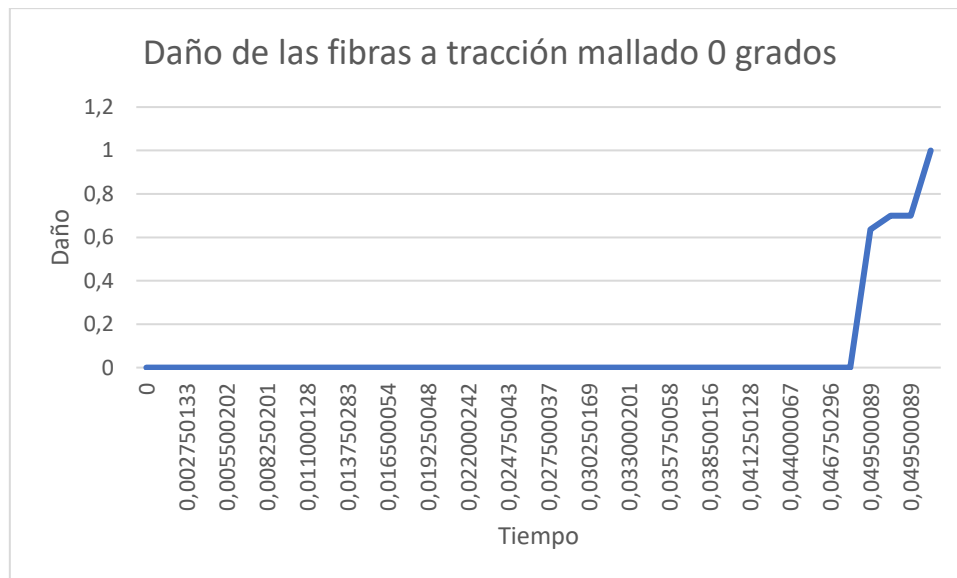
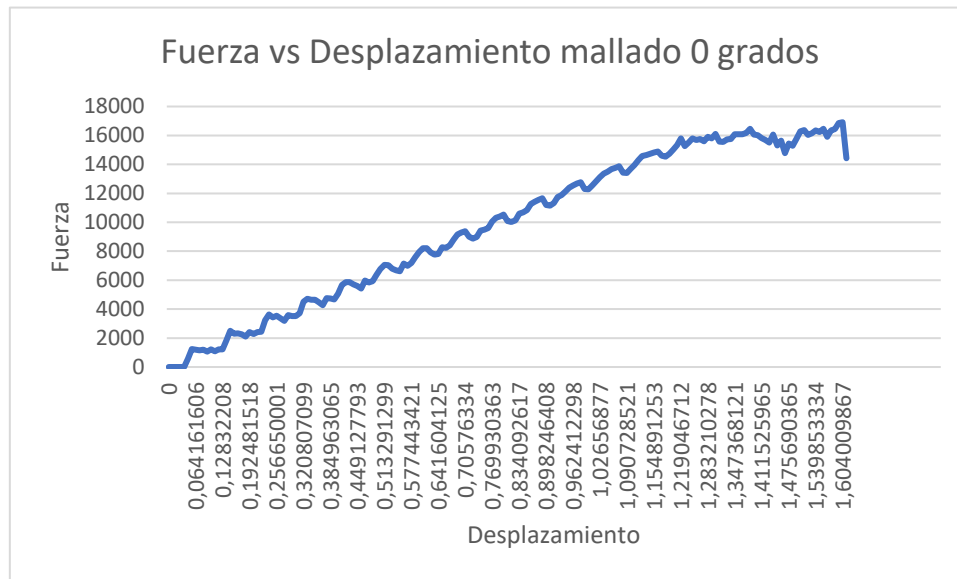


Ilustración 65 Gráfica daño de las fibras a tracción vs tiempo, mallado 0 grados.

Como se puede ver en las gráficas 62 y 65, el daño que aparece en las fibras a tracción está relacionado con la fuerza que aparece al aplicar el desplazamiento. El daño sufrido por las fibras aparece y se llega a su máximo valor en un periodo de tiempo muy corto, periodo de tiempo que coincide con el inicio del proceso de fractura del material. El daño de las fibras a tracción es provocado por la fractura del material.

Una vez analizado debido a que modo de daño se produce la fractura de nuestra placa y cómo evoluciona el daño de la misma, es necesario conocer su grafica de fuerza desplazamiento, para ver que desplazamiento es necesario aplicarle a la placa para que sufra la fractura.



*Ilustración 66 Gráfica fuerza vs desplazamiento, mallado 0 grados.*

Como se puede ver en la gráfica 66, la fuerza máxima que soporta nuestra placa son 16900 N y esto se consigue con un desplazamiento a 1,60 mm. Lo que se puede apreciar a simple vista es que la gráfica se estabiliza y deja a soportar una fuerza mayor al alcanzar un desplazamiento en torno al 1,15 mm o 1,20 mm, es decir, cuando alcanza su límite elástico. Con esta gráfica y la mostrada anteriormente, se puede ver que el daño como se ha comentado anteriormente no existe hasta que no se alcanza el límite elástico de nuestro material y se va degradando hasta alcanzar un daño máximo, que es cuando nuestro modelo se fractura.

Una vez analizado el proceso de fractura de la placa y el modo de daño que provoca la fractura, es necesario comprobar la validez de los modelos numéricos creados, para ello nos basaremos en un modelo experimental llevado a cabo en 1991.

El científico Tan en 1991 [9], realizó el modelo experimental para la simulación numérica que se ha llevado a cabo en el proyecto. En el análisis de Tan, su modelo estaba basado en una placa open hole, de las mismas dimensiones que la diseñada en este prototipo. El material utilizado fue T300/1043-C, es decir, una matriz de epoxi reforzado con fibras de carbono y le aplicó un desplazamiento en su extremo libre de 2 mm/min.

La grafica 67 muestra los valores de fuerza desplazamientos obtenidos por Tan para su modelo. La fuerza esta medido en su extremo empotrado, mientras que el desplazamiento se toma desde la zona libre.

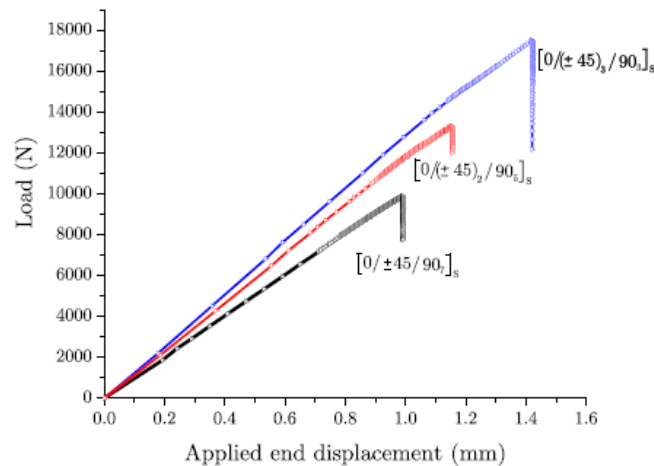


Fig. 5. Predicted load-displacement relations.

*Ilustración 67 Gráfica fuerza-desplazamiento Tan 1991*

Como se puede observar, Tan lleva a cabo tres simulaciones con secuencias de apilamiento diferentes ( $[0/(\pm 45)_3/(90)_3]_s$ ,  $[0/(\pm 45)_2/(90)_5]_s$ ,  $[0/\pm 45/(90)_7]_s$ ), las variaciones de las secuencias de apilamiento, provocan que las gráficas de fuerza vs desplazamiento sean diferentes. Se puede observar que a menor número de capas apiladas a 90 grados y más de 45 grados, se obtiene un material que aguanta mayor carga. Esto es debido a que las láminas orientadas a 90 grados aguantan menores esfuerzos que las que están orientadas a  $\pm 45$  grados.

A su vez Tan, propuso un modelo numérico para simular su modelo experimental. Como se puede observar en la tabla 9, el modelo numérico de Tan simula bastante bien los resultados que se obtendrían en el modelo experimental, aunque es cierto que, tiene un margen de error en torno al 10%.

Predicted and measured failure stress, $\sigma^N$ (MPa)			
Lay-up	Experimental (Tan, 1991)	Predicted	Error (%)
$[0/[\pm 45]_3/90_3]_s$	235.8	263.1	11.6
$[0/[\pm 45]_2/90_5]_s$	185.8	200.1	7.7
$[0/\pm 45/90_7]_s$	160.0	148.2	-7.4

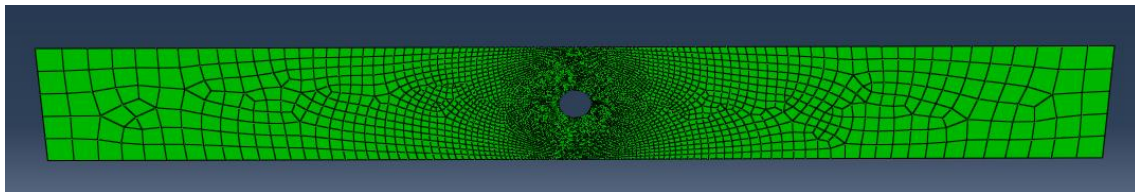
*Tabla 9 Valores tensión de fractura y error experimental Tan 1991*



En las tensiones de rotura del material se observa lo mismo que en la gráfica fuerza desplazamiento, es decir, que las láminas de  $\pm 45$  grados tienen mayor resistencia que las de 90 grados y, por tanto, las tensiones máximas que soportan serán inferiores.

Una vez analizado el modelo propuesto por Tan en 1991, es necesario compararlo con el modelo numérico creado en el proyecto. Para ello se compararán las tres secuencias de apilamiento, para ver si los resultados obtenidos a partir del software Abaqus se ajustan al modelo experimental existente.

El modelo numérico tomado tiene la misma geometría que el modelo experimental, y está compuesto por el mismo material. La carga esta aplicada en un extremo libre y es de valor 2000 mm/min mientras que el otro extremo se encuentra empotrado. El mallado que se ha llevado a cabo para simular el material, está orientado a 0 grados en las zonas más propicias para que se propague la fractura, se puede ver más en detalle en la figura 39.



*Ilustración 68 Mallado 0 grados placa completa*

Para comparar el modelo experimental de Tan con el modelo numérico, es necesario comparar sus graficas de fuerza vs desplazamiento, para ver si los valores son suficientemente parecidos como para asumir su validez.

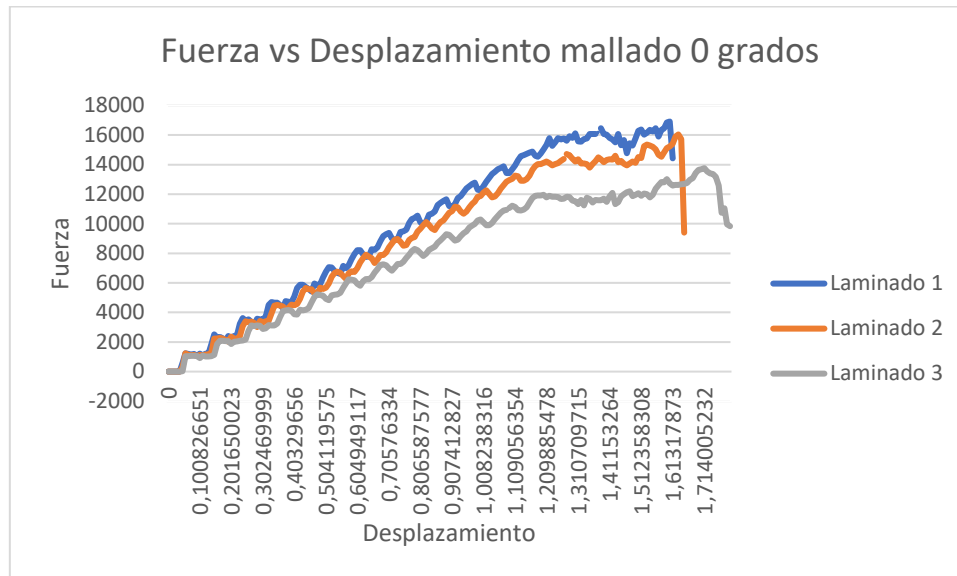


Ilustración 69 Gráfica fuerza-desplazamiento mallado 0 grados

Para proceder al análisis de las curvas fuerza frente al desplazamiento que sufren los diferentes laminados, es necesario analizar por separado cada una de ellas:

- Laminado 1: Como se puede observar en la curva de fuerza desplazamiento del modelo numérico (Azul), se produce la rotura en una tensión de unos 16900 N y un desplazamiento de 1.6 mm, pero también, se puede observar que, las variaciones de la fuerza desde que se aplica 1.38 mm de desplazamiento son muy bajas, en torno a un 2%, es decir, se puede asumir que se alcanza la mayor fuerza con un desplazamiento de 1.38mm.
- Laminado 2: En esta segunda secuencia de apilamiento (Naranja) nos encontramos con una fuerza máxima en torno a los 15592 N cuando se le aplica un desplazamiento de 1,63 mm, pero al igual que en el caso anterior, se puede observar que desde 1.2 mm, nuestra placa no sigue acumulando fuerza, sino que se mantiene en el punto más alto, por tanto, se puede admitir que alcanzamos la máxima carga en este punto.



- Laminado 3: Es la tercera secuencia de apilamiento (Gris), se ve a simple vista que alcanza valores máximos de fuerza inferiores que los otros dos laminados. En este caso, la fuerza máxima que admite la placa es de 12622 N cuando se le aplica un desplazamiento de 1.7 mm., en esta ocasión se puede ver que la fuerza no aumenta de forma considerable desde la aplicación de 1.09 mm.

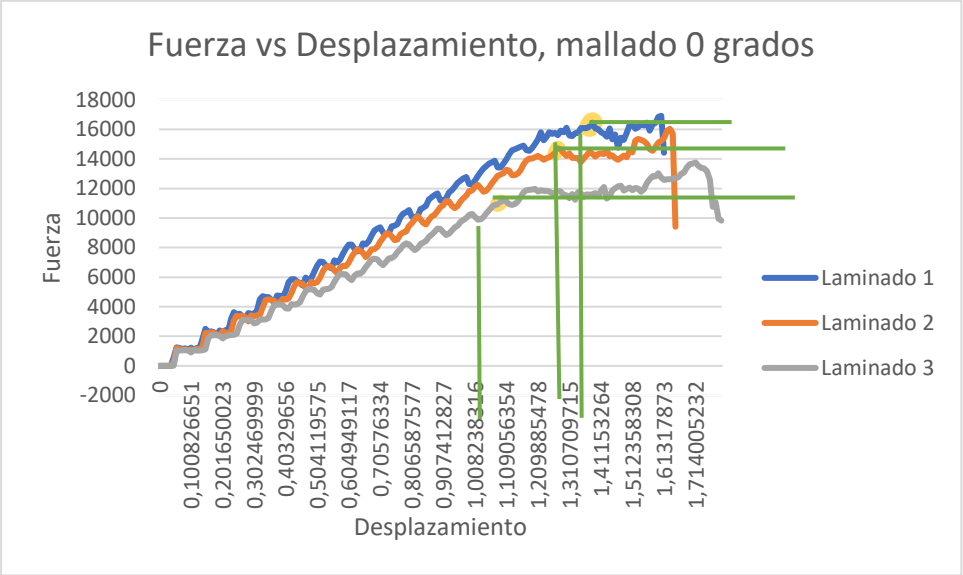


Ilustración 70 Comparación fuerza vs desplazamiento en función del laminado.

Los puntos amarillos y las rayas verdes de la ilustración 70 nos indican desde los puntos donde nuestras graficas de fuerza frente al desplazamiento, mantienen una fuerza no creciente, o en caso de ser creciente, en unos valores no demasiado grandes que nos permiten asumir que se alcanza la fuerza máxima en los puntos anteriores. Se considerará que, la fuerza máxima se alcanza cuando llegamos al límite elástico, a partir de esta fuerza se realizará la validación del modelo.

Si se comparan los resultados obtenidos en la curva fuerza desplazamiento de los modelos numéricos, frente al modelo experimental, se puede ver que las variaciones en los resultados son muy pequeñas:

	Fuerza (N)	Desplazamiento (mm)	%Fuerza	% Desplazamiento
Experimental	17500	1.42	5.7%	2.8%
Laminado 1	16500	1.38		

Tabla 10 Comparativa modelo experimental vs modelo numérico 1.

	Fuerza (N)	Desplazamiento (mm)	%Fuerza	% Desplazamiento
<b>Experimental</b>	13500	1.15	4.5%	4.3%
<b>Laminado 1</b>	14115	1.2		

Tabla 11 Comparativa modelo experimental vs modelo numérico 2.

	Fuerza (N)	Desplazamiento (mm)	%Fuerza	% Desplazamiento
<b>Experimental</b>	10000	1.00	12%	9%
<b>Laminado 1</b>	11200	1.09		

Tabla 12 Comparativa modelo experimental vs modelo numérico 3.

Como se puede ver en las tablas 10, 11 y 12, el porcentaje de error del análisis numérico frente al experimental está, en torno al 2-12%, unos valores que permitiría asumir la validez del modelo. El modelo numérico creado por Tan en 1991, como se puede ver en la tabla 9, tiene un error similar al obtenido en este modelo numérico.

Por otro lado, para asumir la validez del modelo es necesario comprobar que, la velocidad a la que se aplica el desplazamiento no crea diferencias en los resultados.

Para el analizar la influencia de la velocidad en la aplicación del desplazamiento, se reflejará la gráfica de la ilustración 71, en la cual se enfrentan la energía cinética y la energía interna frente al tiempo.

Esta gráfica de energías frente al tiempo, analizadas en el proyecto fin de carrera “Análisis de modelos de daño en materiales compuestos” [17], en el cual se trabaja con el mismo material, misma secuencia de laminado y mismas condiciones de contorno que en este proyecto, demuestra que la velocidad a la que se aplica el desplazamiento no tiene influencia sobre los resultados que se van a obtener a la hora de validar el modelo.

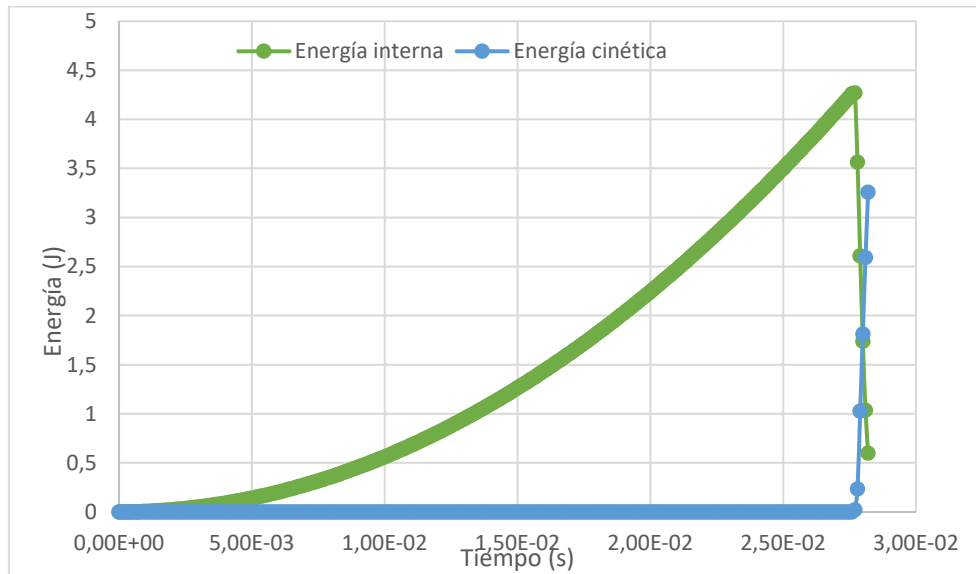


Ilustración 71 Gráfica energía vs tiempo [17]

## 4.2 Análisis de la sensibilidad al mallado

En este apartado, nos centraremos en el análisis de la sensibilidad al mallado de una de las secuencias de apilamiento, en este caso, se ha elegido el laminado 1 de la tabla 4, pero los resultados en cualquiera de las 3 secuencias de apilamiento son muy similares.

Para analizar la sensibilidad al mallado, como ya se explicó anteriormente se tendrá dos mallados diferentes, un primer mallado a 0 grados, que se puede ver en la ilustración 39 y un segundo mallado a 45 grados, visible en la ilustración 42. Todos los parámetros de la simulación son exactamente iguales en ambos modelos, la única variable existente, es la variación de la dirección de la malla.

Esta variable realmente a lo que afecta es a la posición en la que se colocan los nodos de la malla. Una distinta colocación de estos, pueden provocar una fractura más temprana de la placa del modelo, esto es lo que se tratará de analizar con esta sensibilidad del mallado.

Primeramente, se compararán los modelos de daño en ambos modelos, para ver cómo afecta el cambio de la dirección del mallado sobre el daño que sufre la placa:



- 
- DAMAGEFC  
fraction = -0.950000, Layer = 1  
(Avg: 75%)
- +0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00
- Y  
X
- Y  
X  
Z
- ODB: 45gradoslaminado1.odb Abaqus/Explicit 6.14-2 Tue Jul 25 22:59:49 Hora de verano romance 2017
- Step: Step-1, tiempo aplicacion desplazamiento  
Increment: 192953, Step Time = 4.4000E-02  
Primary Var: DAMAGEFC

DAMAGEFT  
fraction = 0.950000, Layer = 1  
(Avg: 75%)

+	6.419e-01
+	5.884e-01
+	5.349e-01
+	4.814e-01
+	4.279e-01
+	3.744e-01
+	3.210e-01
+	2.675e-01
+	2.140e-01
+	1.605e-01
+	1.070e-01
+	5.349e-02
+	0.000e+00

Y  
X  
Z

ODB: 45gradoslaminado1.odb Abaqus/Explicit 6.14-2 Tue Jul 25 22:59:49 Hora de verano romance 2017

Step: Step-1, tiempo aplicacion desplazamiento  
Increment: 192959; Step Time = 4.4000E-02  
Primary Var: DAMAGEFT

DAMAGE  
fraction = 0.950000, Layer = 1  
(Avg: 75%)

+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00  
+0.000e+00

Y  
X  
Z

ODB: 45gradoslaminado1.odb Abaqus/Explicit 6.14-2 Tue Jul 25 22:59:49 Hora de verano romance 2017

Step: Step-1, tiempo aplicacion desplazamiento  
Increment: 192959; Step Time = 4.4000E-02  
Primary Var: DAMAGE

64



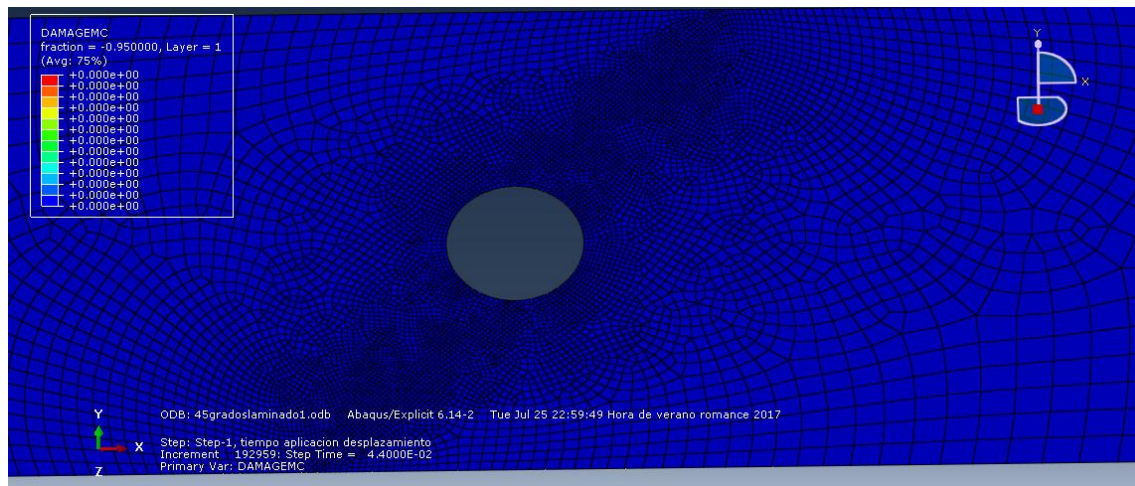


Ilustración 75 Daño de la matriz a compresión, lámina 0 grados

- Daño en las láminas a 45 grados previo a la fractura (Step time = 0.044 s):

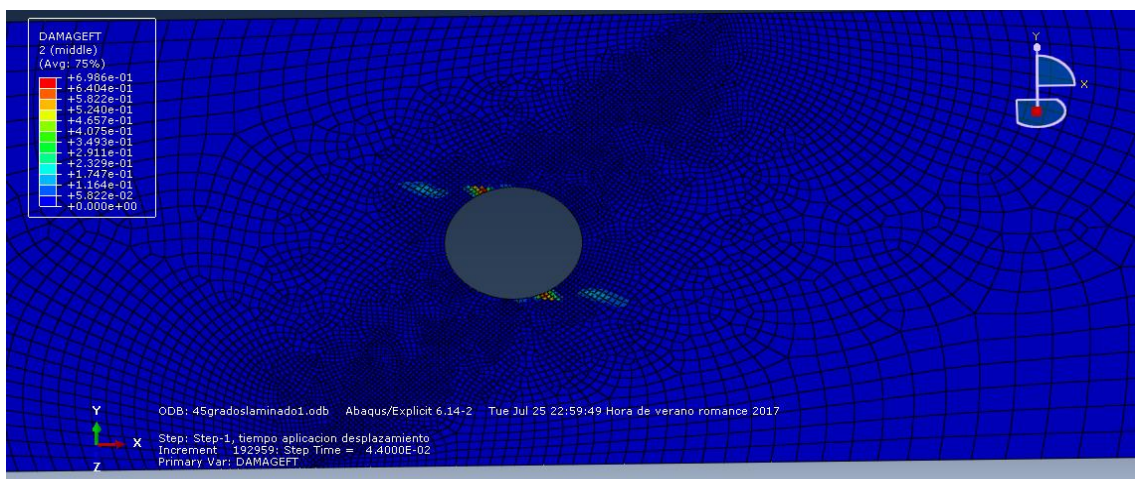


Ilustración 77 Daño de las fibras a tracción, lámina 45 grados.

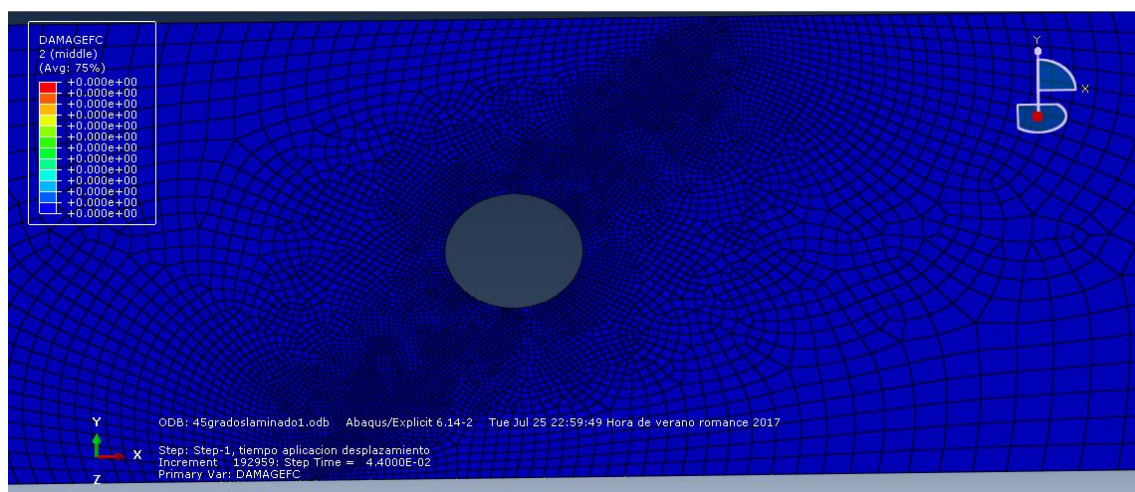


Ilustración 76 Daño de las fibras a compresión, lámina 45 grados.





- Ilustración 80 Daño de las fibras a tracción, lámina -45 grados.*



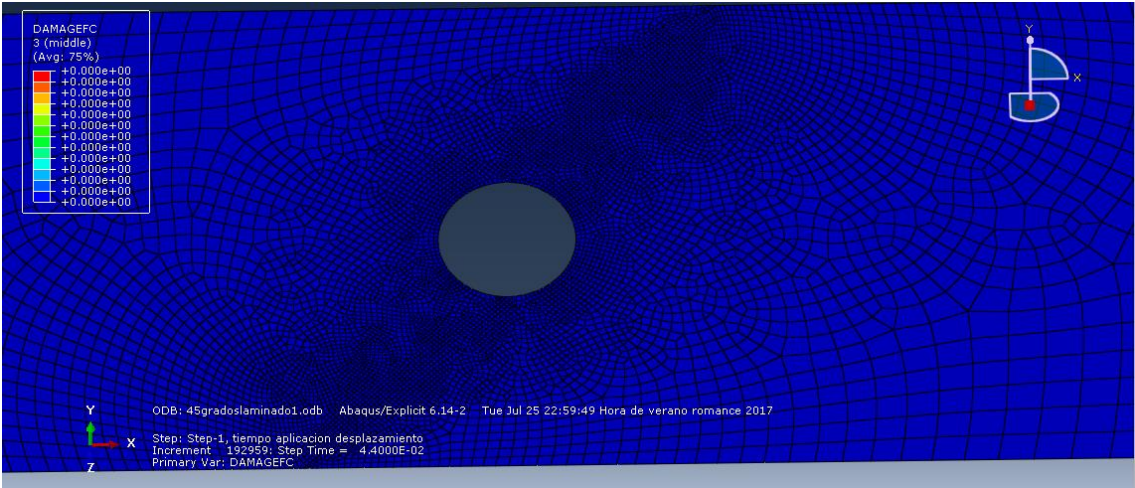


Ilustración 81 Daño de las fibras a compresión, lámina -45 grados.

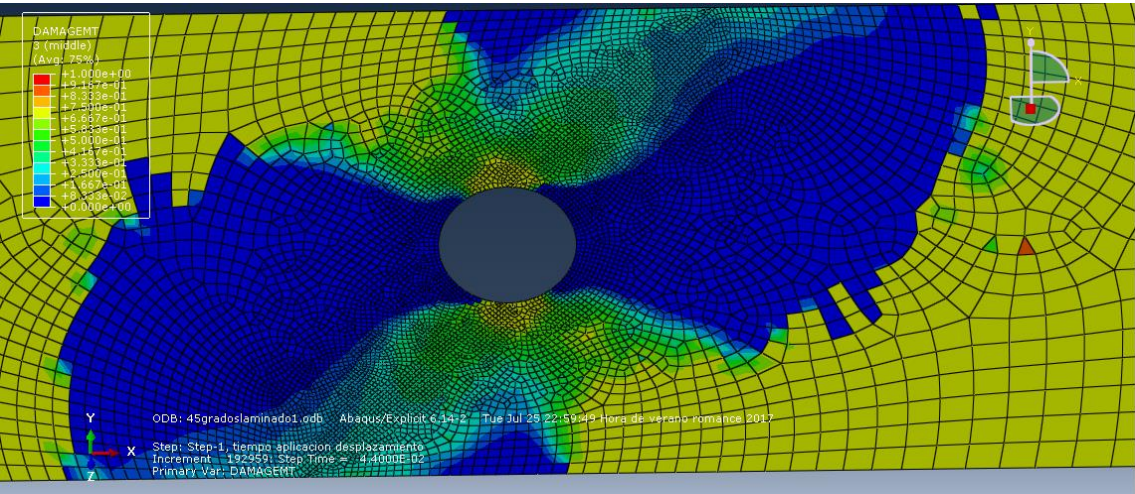


Ilustración 82 Daño de la matriz a tracción, lámina -45 grados.

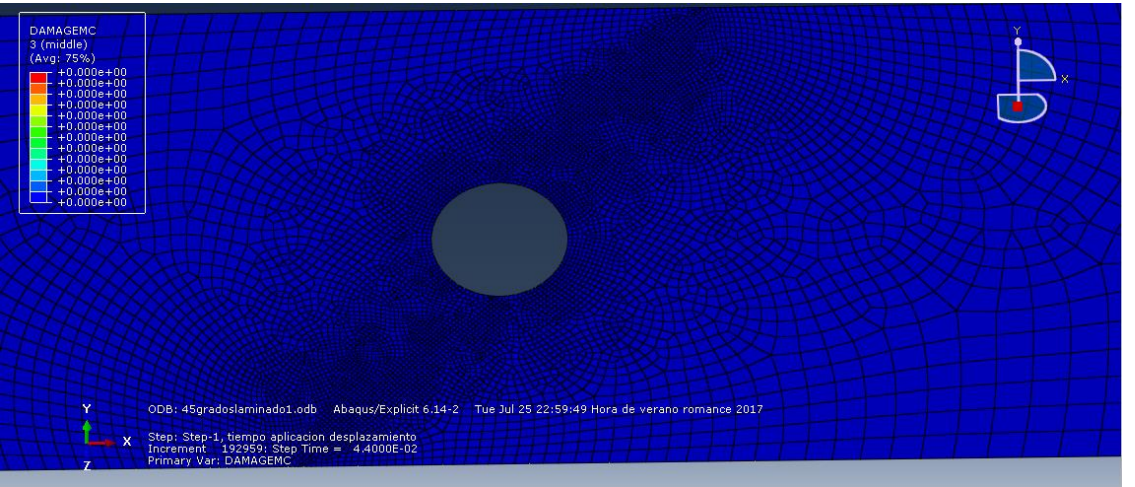


Ilustración 83 Daño de la matriz a compresión, lámina -45 grados.



- Daño en las láminas a 90 grados previo a la fractura (Step time = 0.044 s):

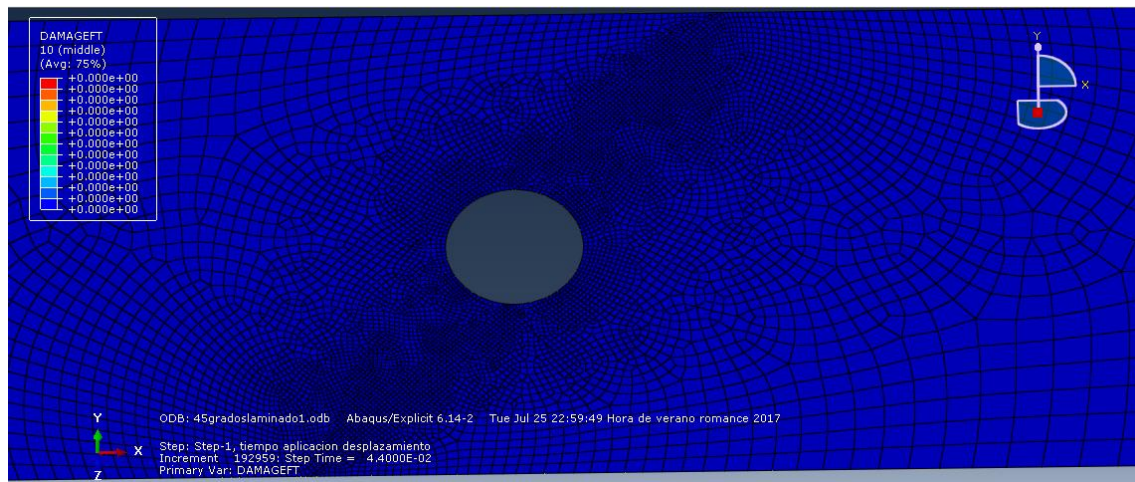


Ilustración 84 Daño de las fibras a tracción, lámina 90 grados.

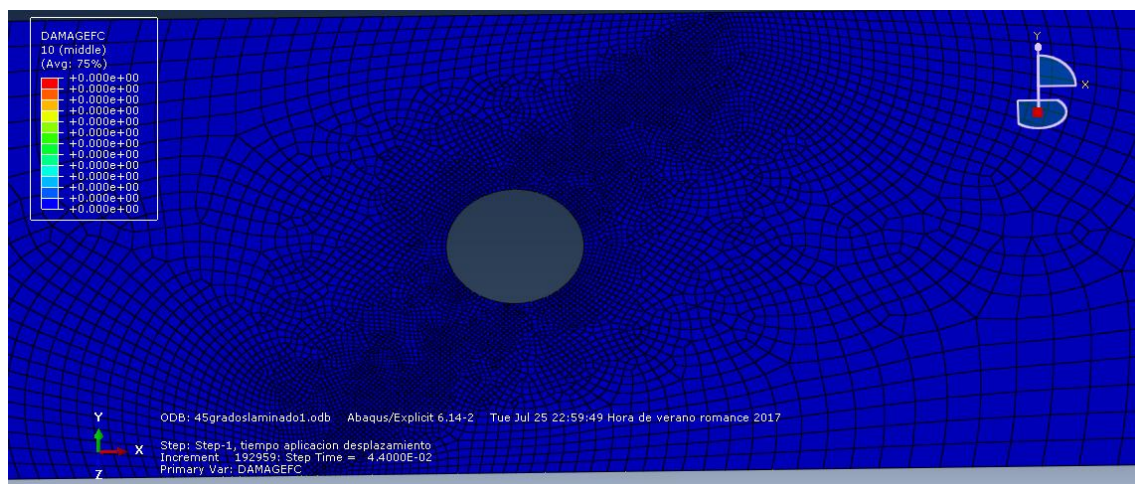


Ilustración 85 Daño de las fibras a compresión, lámina 90 grados.

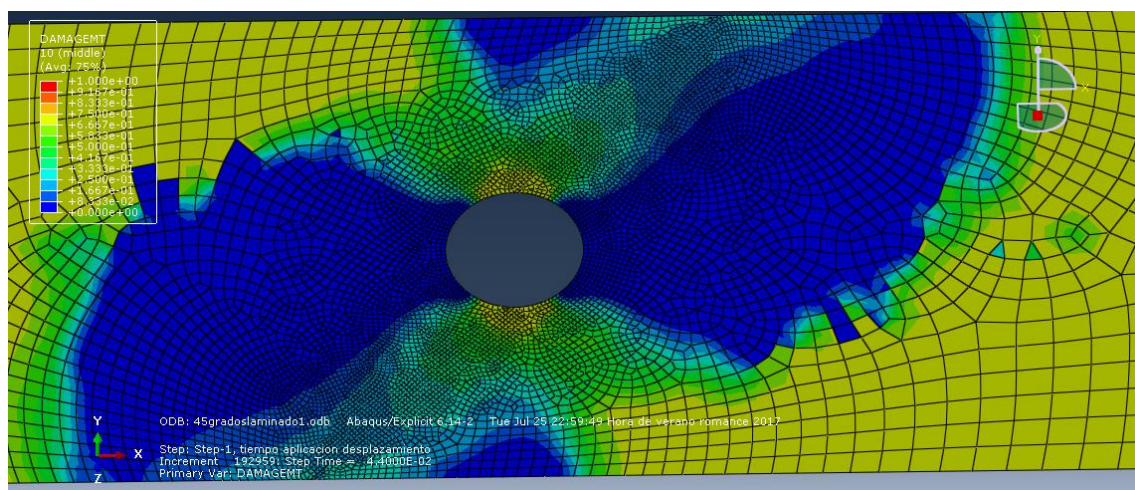


Ilustración 86 Daño de la matriz a tracción, lámina 90 grados.

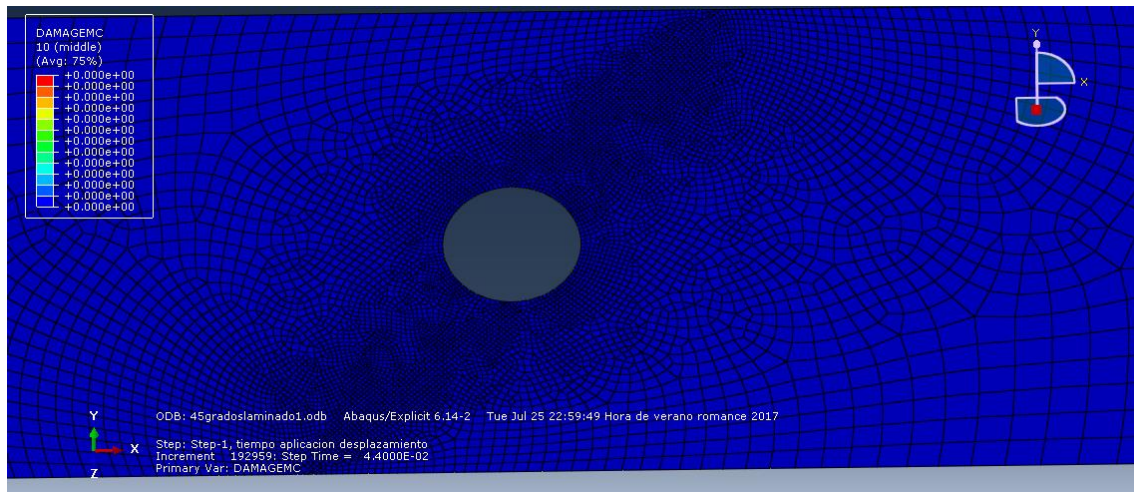


Ilustración 87 Daño de la matriz a compresión, lámina 90 grados.

Como se puede apreciar en las anteriores ilustraciones, los daños sufridos en las láminas en el mallado a 45 grados, es muy similar a los daños sufridos en el mallado a 0 grados. Para analizar con mayor detalle esto, se verá como se propaga la fractura en este modelo en función del daño.

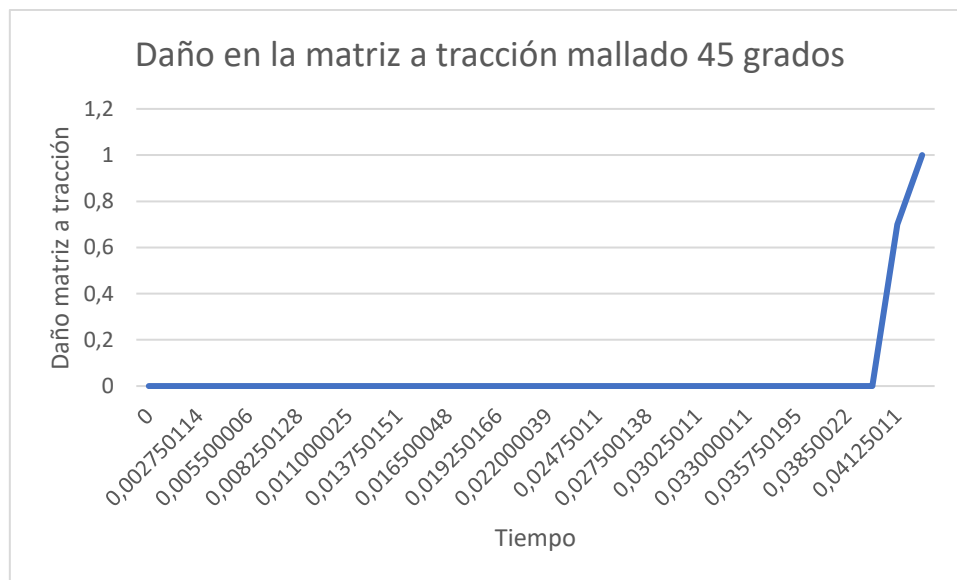


Ilustración 88 Daño de la matriz a tracción vs tiempo, mallado 45 grados.



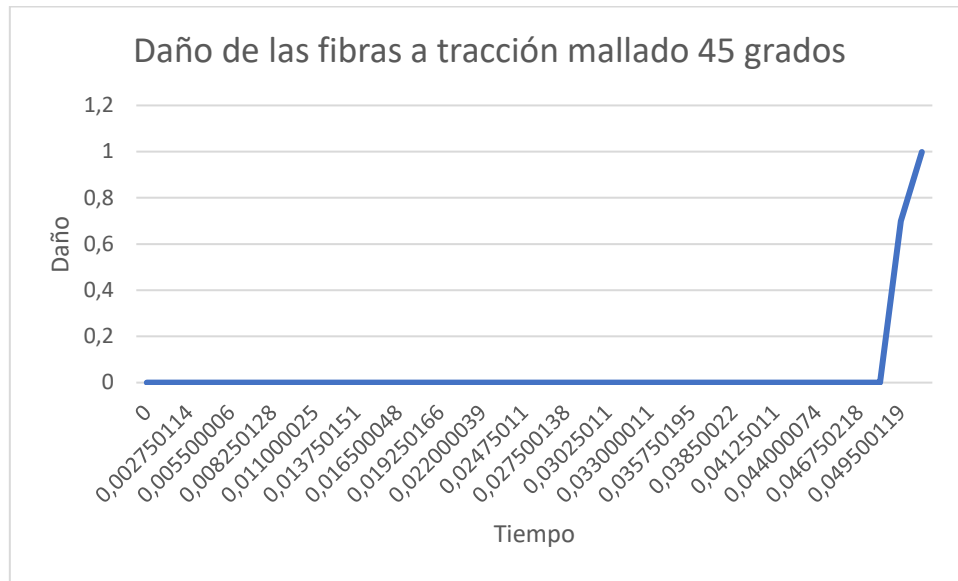
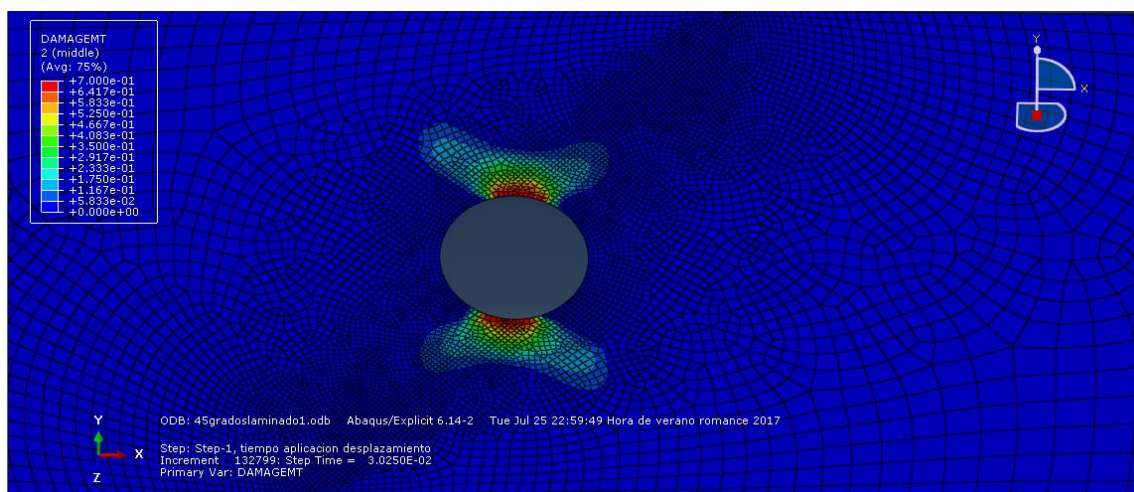


Ilustración 89 Daño de las fibras a tracción vs tiempo, mallado 45 grados.

Como se puede ver en las gráficas de las ilustraciones 88 y 89, el daño tanto de la matriz, como de las fibras a tracción se produce de una forma similar en el modelo de 45 grados y en el de 0 grados estudiado anteriormente. El daño de la matriz a tracción comienza al terminar la zona elástica y alcanza su máximo cuando llegamos al principio de la fractura. Mientras el daño que se produce en las fibras a tracción se produce cuando el material va a fracturarse, en un periodo de tiempo muy pequeño.

Para entender mejor este proceso de daño se adjuntará una serie de ilustraciones en los puntos donde se producen las variaciones en los daños:



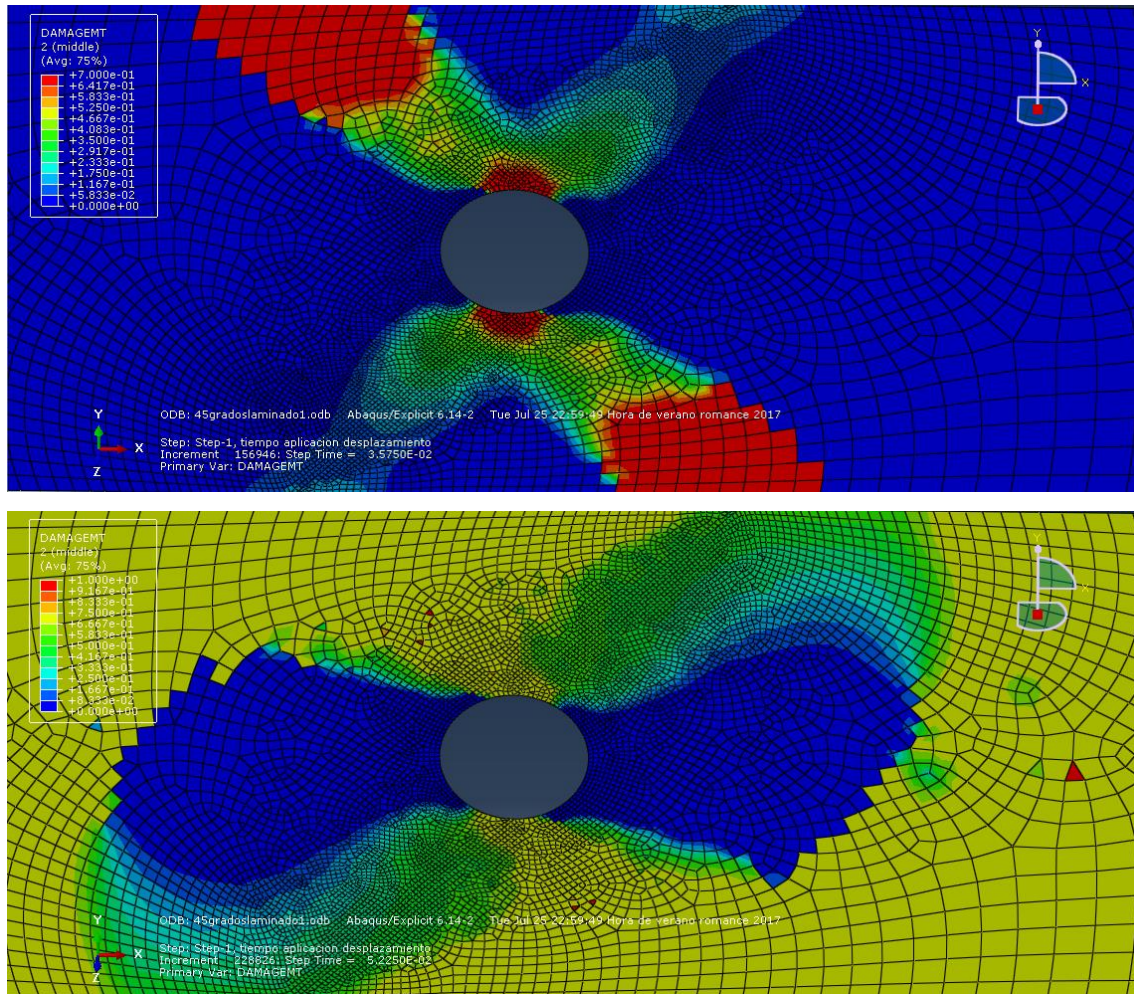


Ilustración 90 Evolución daño de la matriz, mallado 45 grados, lámina con fibras a 45 grados.

Como se puede ver en las anteriores ilustraciones, el daño comienza en 0.38 s, y alcanza un valor máximo de 1 en un tiempo de 0,42s desde que se empieza a aplicar el desplazamiento.



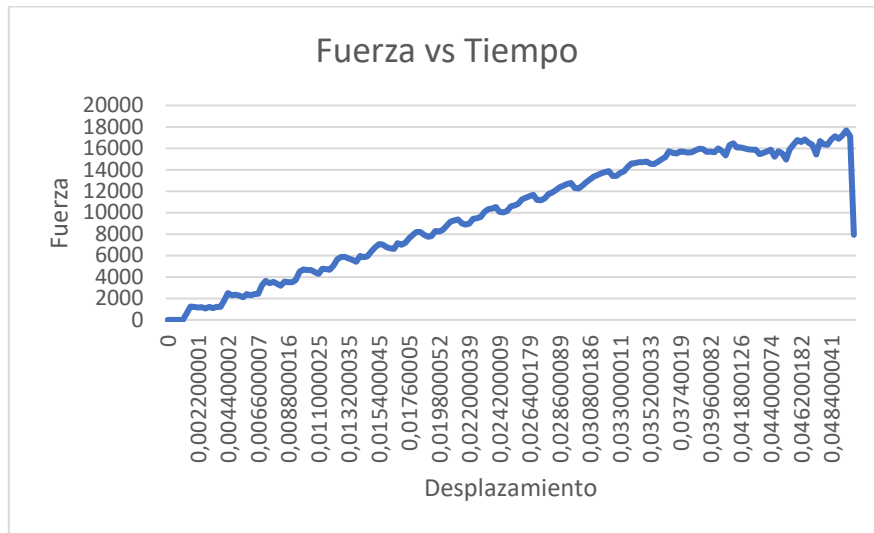


Ilustración 91 Gráfica fuerza vs tiempo, mallado 45 grados.

Si nos fijamos en la gráfica 91, se puede ver que en 0.38 s, el material llega a su límite elástico y es donde comienza el daño sobre la placa, posteriormente en 0.42 s, el daño es máximo, y en torno a 0.49 s, el material se fractura. Este valor de 0.49 s, es el mismo donde ocurre el daño sobre las fibras a tracción, por tanto, al igual que en el modelo de 0 grados, se puede asumir que la placa se fractura debido a la tracción sobre la matriz, los daños sobre las fibras a tracción se producen porque, nuestra matriz ya ha alcanzado su daño máximo y antes de fracturarse, las fibras también deben alcanzar su daño máximo.

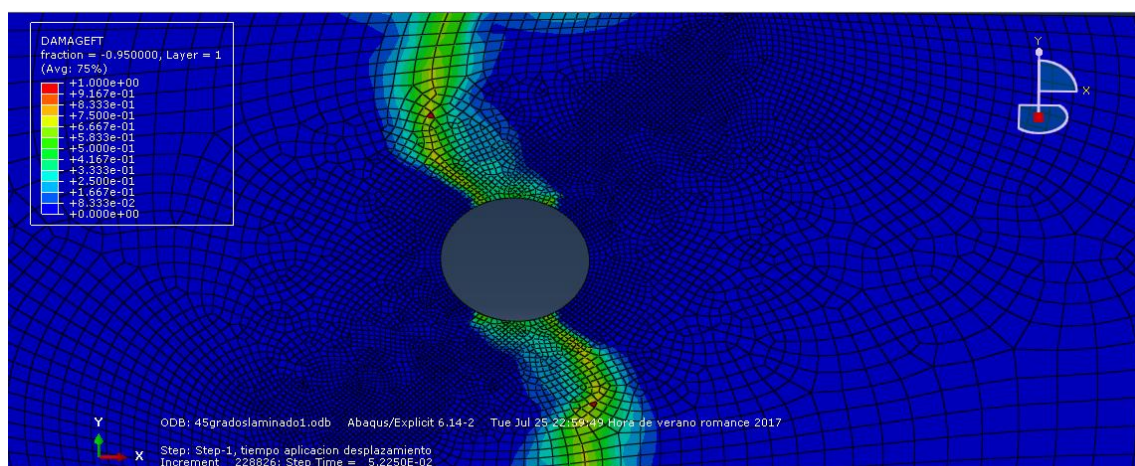


Ilustración 92 Daño fibras a tracción, mallado a 45 grados, lámina con fibras a 0 grados.

Si se comparan los datos de los modelos dependiendo de la dirección del mallado, o bien a 45 grados o a 0 grados, se puede ver que inician el daño en tiempos muy similares y alcanzan su valor máximo en puntos muy parejos.



Para poder analizar las diferencias de forma más precisa, es necesario ver las gráficas de fuerza frente al desplazamiento de las diferentes secuencias de apilamiento y variando la dirección de la malla que tiene cada una de ellas.

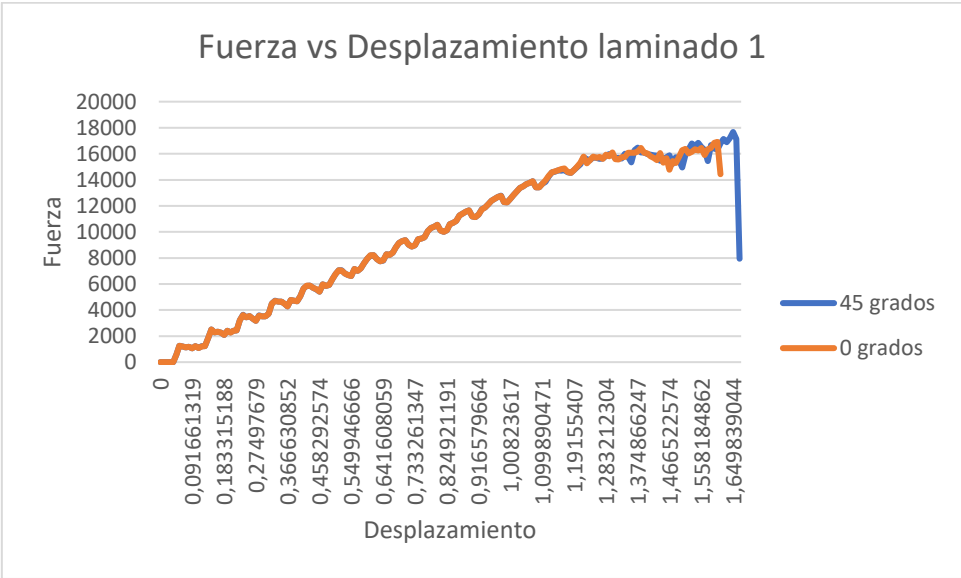


Ilustración 93 Gráfica fuerza vs desplazamiento, laminado 1.

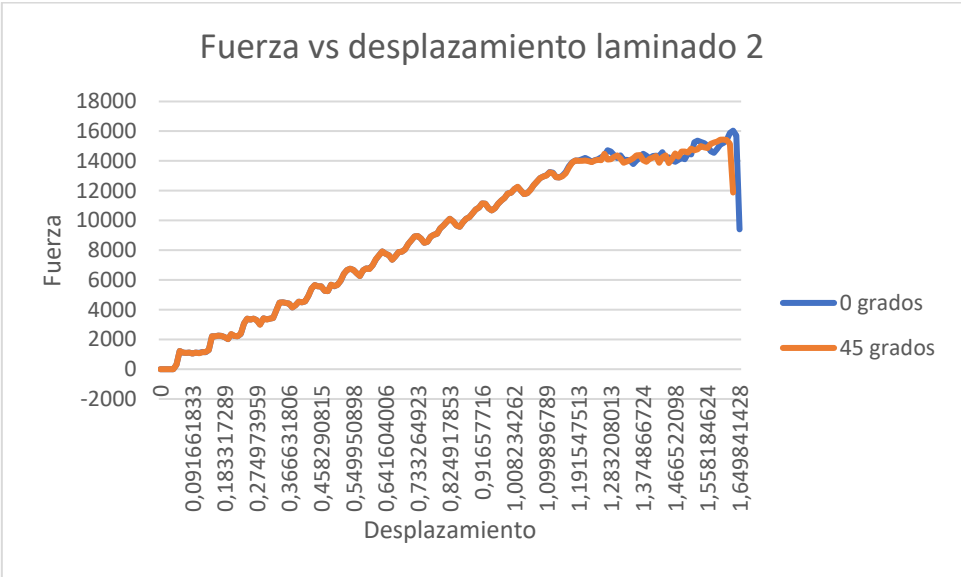


Ilustración 94 Gráfica fuerza vs desplazamiento, laminado 2.

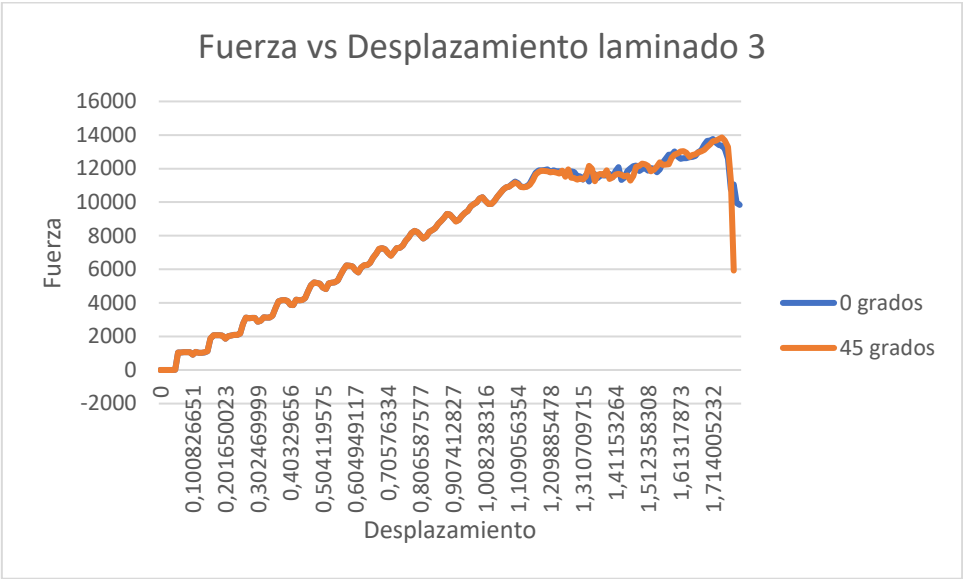


Ilustración 95 Gráfica fuerza vs desplazamiento, laminado 3.

Como se puede apreciar en las ilustraciones 93,94 y 95, las variaciones en la dirección del mallado a simple vista provocan pequeñas diferencias en las curvas de fuerza frente a desplazamiento. Las diferencias que se crean en los modelos son únicamente debido a las variaciones en la dirección de la malla. Será necesario un análisis más exhaustivo para poder ver las diferencias entre un mallado y otro, dependiendo del laminado:

Laminado 1	Fuerza	desplazamiento
0 grados	16913.22	1.604
45 grados	17140.69	1.659
Variación	1.33%	3.32%

Tabla 13 Variación en función del mallado, laminado 1.

Laminado 2	Fuerza	Desplazamiento
0 grados	16037.7	1.6315
45 grados	15413.37	1.613
Variación	4.05%	1.14%

Tabla 14 Variación en función del mallado, laminado 2.

Laminado 3	Fuerza	Desplazamiento
0 grados	13676.71	1.704
45 grados	13853.85	1.741
Variación	1.29%	2.17%

Tabla 15 Variación en función del mallado, laminado 3.





Como se puede ver en las tablas 13, 14 y 15, existen pequeñas diferencias entre realizar diferentes mallados. Dependiendo del laminado elegido, las diferencias pueden llegar a ser mayores, como se puede observar en las tablas anteriores. Por ejemplo, las diferencias en el laminado 2 son bastante superiores a las obtenidas en los otros dos laminados. La variación en la dirección de la malla provoca pequeñas diferencias, que dependiendo de la aplicación para la que sea usado el material pueden tener relevancia en los resultados.

## 5. Conclusiones y trabajos futuros

### 5.1 Conclusiones

La principal conclusión que se puede obtener de este trabajo es que se ha conseguido analizar la sensibilidad de un modelo cambiando la dirección de la malla. Se ha podido demostrar que, manteniendo el tamaño crítico del elemento, el inicio del daño sobre el modelo no varía, sin embargo, la evolución y la propagación del daño si se ve afectada por la variación en la dirección de la malla, esto queda demostrado en las ilustraciones 64 y 92. Por otro lado, la fuerza de reacción y el desplazamiento no se ven muy afectados por las variaciones en la dirección de la malla. Las diferencias atendiendo a estos factores varían entre un 1% y un 4% por lo que se puede asumir que, respetando el tamaño crítico del elemento dado por el modelo de material empleado, no hay una gran dependencia de la fuerza de reacción con la dirección de la malla.

Los resultados de los tres modelos numéricos se han conseguido validar con el modelo experimental obtenido por Tan en 1991 [9]. Los cuales, con un margen de error bajo, simulan este experimento con gran acierto. Es cierto que, dependiendo de la secuencia de laminado, unos modelos son más precisos que otros a la hora de simular el modelo experimental, esto es debido a que los mallados propuestos no se adaptan igual a todos los modelos, lo que provoca que, algunos tengan un mayor margen de error en comparación a los modelos experimentales.

Es cierto que, con otros mallados más adversos para el modelo, se podrían haber destacado las variaciones entre el modelo numérico y experimental variando únicamente la dirección de la malla. No obstante, el análisis realizado nos aporta la información necesaria para concluir que un cambio de la dirección del mallado provoca variaciones en la evolución de los distintos mecanismos de fallo en simulaciones de materiales compuestos empleando modelos de daño continuo.

## 5.2 Trabajos futuros

Se considerará interesante para próximos trabajos:

- Variación de los mallados, una vez encontrados los concentradores de tensión, crear mallados que se inicien en esa zona, para facilitar la fractura del material.
- Realización de modelos con diferentes materiales compuestos y secuencias de laminado distintas, para obtener una mayor variedad de resultados con los que ser validado el trabajo.
- Recreación de las interfases cohesivas, para simular la delaminación, que puede ser un daño que provoque el fallo del modelo.
- Utilización de diferentes tipos de ensayos, ver como varían los resultados en función de los ensayos y analizar si existen mayores o menores diferencias en función del tipo de ensayo utilizado. Sería interesante analizar el ensayo de torre caída o impacto con cañón, ya que estos se basan en esfuerzos fuera del plano.

## 6. Referencias

- [1] Miravete. Materiales compuestos. Cambridge University, Zaragoza, España, 2000.
- [2] F.Stupenengo. Materiales compuestos. En *Materiales y materias primas*. Ciudad autonoma de Buenos Aires. República Argentina. (2011)
- [3] S. T. Pinho, C. G. Dávila, P. P. Camanho, L. Iannucci, and P. Robinson. “Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity”. Informe técnico, Febrero, NASA, 2005.
- [4] M. A. Pérez, M. Sánchez. Fundamentos de la mecánica de los materiales compuestos. Barcelona, España. Universidad politecnica de Cataluña. (2014).
- [5] L.S.Arias Maya, L.Vanegas.”Falla de los materiales compuestos laminados” *Scientia el Technica*, no 25, pp. 113-118, agosto, (2004).
- [6] J. M. Tarragó, “Los materiales compuestos en el futuro de la automoción,” 2013. [En línea]. Disponible:  
<http://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/105497-Los-materiales-compuestos-en-elfuturo-de-la-automocion.html>.
- [7] F. Barciela, “España, la gran potencia de los ‘composites,’” 2014. [En línea]. Disponible:[https://economia.elpais.com/economia/2014/08/22/actualidad/1408731381\\_564816.html](https://economia.elpais.com/economia/2014/08/22/actualidad/1408731381_564816.html)
- [8] P. Maimí, P. P. Camanho, J. a Mayugo, and C. G. Dávila, “A continuum damage model for composite laminates,Part II: Computational implementation and validation” *Mech. Mater.*, vol. 39, no. 10, pp. 909-919, 2007.
- [9] S. C. Tan, “A progressive failure model for composite laminates containing openings,” *Compos. Mater.*, no. 25, pp. 556–577, 1991.
- [10] Z. Hashin and A. Rotem, “A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials,” Informe técnico. Departamento ingeniería de materiales., no. Marzo, 1973.
- [11] Z. Hashin, “Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites,” *J. Appl. Mech.*, 1981.
- [12] F. Chang and K. Chang, “A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations,” *Compos. Mater.*, vol. 21, no. 9, pp. 834–855, 1987.
- [13] A. Puck and H. Schu, “Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models.pdf,” vol. 62, pp. 1633–1662, 2002.

- [14] M. Hinton, a S. Kaddour, and S. P.D., *A Further Assessment of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composites Laminates: Comparison with Experimental Evidence*, vol. 64, no. 3–4. 2004.
- [15] S. W. Tsai, “Strength Characteristics of Composite Materials.,” *NASA Contract. Rep.*, 1965.
- [16] S. W. Tsai and E. M. Wu, “A general theory for anisotropic materials,” *Compos. Mater.*, 1971.
- [17] P. González Rodríguez, “Análisis de modelos de daño continuo en materiales compuestos”, Trabajo fin de carrera, Dpto. de medios continuos y teoría de estructuras, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España, 2015.
- [18] M. Gómez Vacas, “ Estudio mediante simulación numérica de unión heterogénea acero de alta resistencia-metal duro aplicando soldadura fuerte”, Tesis doctoral, Dpto. de ciencia de los materiales e ingeniería metalúrgica, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España, 2017.[Online] Available: <http://eprints.ucm.es/42597/1/T38773.pdf>
- [19] A. Mata Díaz, “Análisis de un impacto de un proyectil esférico sobre un laminado en cinta”, Trabajo fin de máster, Dpto. de medios continuos y teoría de estructuras, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España, 2013.